CAPITOLO VII

Cenni elementari di Topografia

Premessa.

Quanto esposto in questo Capitolo ha lo scopo di dare, in un ristrettissimo limite di spazio, le nozioni elementari di base sul rilievo topografico.
La trattazione è quindi molto sintetica e semplificata, ed essenzialmente finalizzata a fornire gli elementi di conoscenza per la determinazione delle coordinate dei punti di appoggio per il rilievo architettonico.

PARTE I

Le grandezze misurabili nella topografia classica (angoli, dislivelli e distanze) e gli strumenti per misurarne le quantità.

1. Le grandezze che sono oggetto delle misure.

Gli strumenti topografici si dividono fondamentalmente in tre categorie: ***teodoliti, livelli, distanziometri elettronici***. In ciascuna categoria esistono moltissimi tipi di strumenti che si differenziano per:

- principio di funzionamento;
- struttura;
- livello tecnologico;
- grado di precisione;
- campo di applicazione.

È ovviamente impossibile fare, nei limiti esposti in premessa, una casistica completa degli strumenti topografici; ci limiteremo pertanto a prendere in considerazione, per ciascuna categoria, il tipo di strumento più diffuso, o meglio quello che fa più capire le funzioni che con esso vengono svolte.

Le operazioni topografiche hanno come scopo la misura di:

- ***angoli***
- ***dislivelli***
- ***distanze.***

1.1 *Gli angoli.*

Gli angoli possono essere: azimutali o zenitali.

Angoli azimutali.

Consideriamo tre punti sul terreno A, B e C (vedi figura 1).

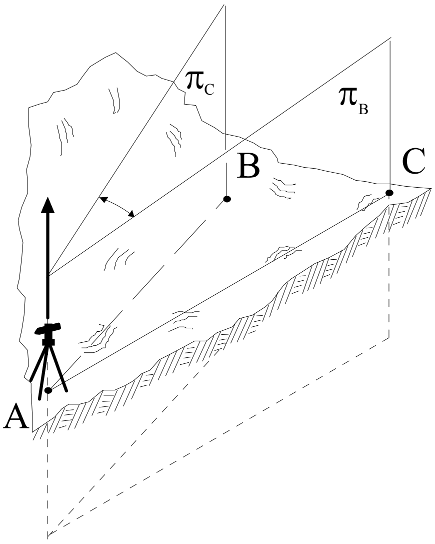


figura 1

Detti:

- V è la verticale passante per A
- π_B è il piano definito dalla verticale V e dalla congiungente AB
- π_C è il piano definito dalla verticale V e dalla congiungente AC

chiamiamo ***angolo azimutale*** l'angolo diedro definito dai due piani π_B e π_C e che ha per spigolo la verticale V passante per A .

Angoli zenitali.

Dato un punto A ed un punto B, *l'angolo zenitale* ζ è l'angolo formato dalla verticale per il punto A e dalla congiungente i punti A e B (vedi figura 2).

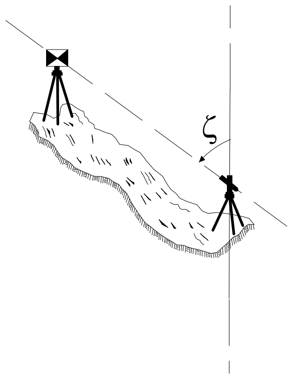


figura 2

1.2 *Dislivelli.*

Si definisce quota di un punto la sua distanza da una superficie di riferimento misurata sulla verticale per il punto stesso; la superficie di riferimento è il geoide, che può essere approssimato alla superficie del mare in quiete, supposta estesa anche al di sotto delle terre emerse (vedi figura 3).

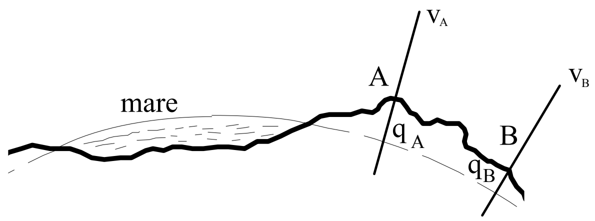


figura 3

Considerando il punto A, di quota q_A ed il punto B a quota q_B , il problema sarà quello di stabilire la differenza di quota, o *dislivello*, fra i punti, cioè la differenza q_A - q_B.

In particolare, le verticali passanti per due punti, distanti fra loro meno di 100 metri, possono essere considerate parallele e la superficie del geoide può essere approssimata da un piano ad essa tangente; il dislivello Δ tra due punti A e B può allora essere approssimato dalla differenza di distanza dei due punti dal piano tangente al geoide, così come schematizzato nella fig. 4 che segue.

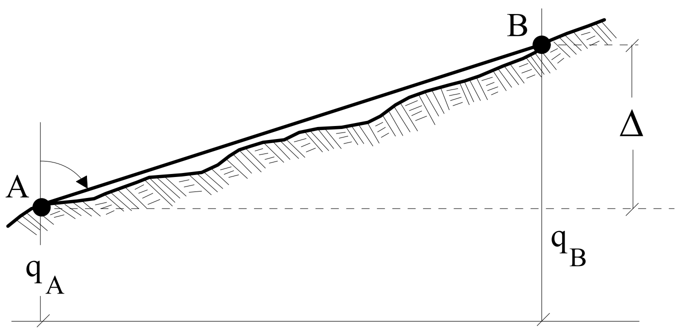


figura 4

1.3 *Distanze.*

Come detto al Cap. I, l'ellissoide è la superficie di riferimento per la planimetria; tale superficie è anche usata per definire in modo rigoroso ed univoco la distanza tra due punti.

E precisamente si chiama *distanza topografica* tra due punti A e B della superficie fisica della Terra, l'arco di ellissoide che congiunge le proiezioni A' e B' dei due punti sull'ellissoide. Da questa definizione ne consegue che se volessimo determinare la distanza topografica rigorosa tra due punti A e B della superficie fisica della terra dovremmo procedere così:

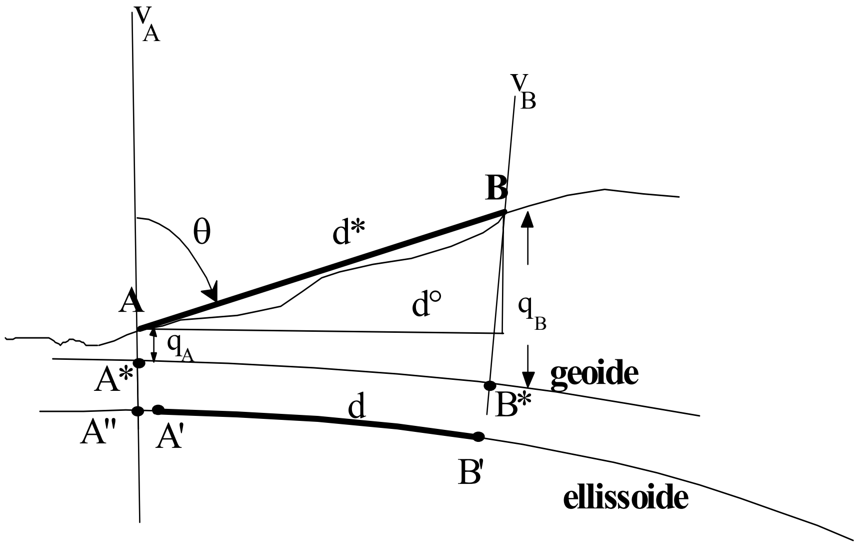
- determinare la posizione di A e B in coordinate geocentriche X,Y,Z mediante il GPS
- trasformare le coordinate geocentriche X,Y,Z dei due punti nelle corrispondenti coordinate ellissoidiche φ, λ

- calcolare, mediante formule di trigonometria ellissoidica e in funzione delle coordinate ellissoidiche φ, λ precedentemente calcolate, la lunghezza dell'arco di ellissoide che congiunge la proiezione dei due punti A e B sull'ellissoide

Fortunatamente quando le distanze tra i punti sono di piccola entità (qualche centinaio di metri al massimo) e questo sarà il nostro caso, non sarà necessario ricorrere a questa procedura rigorosa.

In pratica in Topografia quando si parla di *distanza* si intende sempre la *distanza topografica* e quindi l'aggettivo *topografico* viene omesso. Si aggiunge invece un aggettivo quando si indica una distanza che non è quella topografica; ad esempio *distanza reale* d^* è la distanza in linea d'aria tra i due punti.

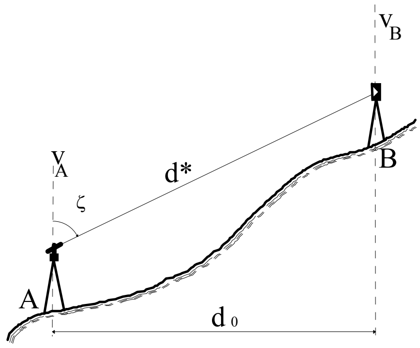
Mentre la *distanza ridotta all'orizzontale* d_0 è la distanza reale, moltiplicata per il seno dell'angolo zenitale tra i due punti.



In caso di distanze brevi (e cioè inferiori a qualche centinaio di metri), la distanza topografica definita in modo rigoroso come sopra, coincide con la distanza ridotta all'orizzontale.

Poiché, come detto in premessa, lo scopo per cui introduciamo i metodi di misura topografici è quello di effettuare rilievi di modesta estensione per l'inquadramento di rilievi fotogrammetrici terrestri, noi potremo sempre considerare che il geoide coincida con il piano ad esso tangente nel punto medio della zona nella quale avviene il rilievo, e che, di conseguenza, sia trascurabile la convergenza delle verticali; in altri termini considereremo le verticali nella zona del rilievo parallele tra loro ed ortogonali al piano tangente al geoide.

Sotto queste ipotesi la distanza topografica tra due punti coincide con la distanza ridotta all'orizzontale.



Vi è quindi un legame molto semplice tra la distanza reale d* , l'angolo zenitale ζ e la distanza topografica d:

$$d = d_0 = d^* \cdot \operatorname{sen}\zeta$$

Riprendendo poi la definizione semplificata di dislivello schematizzata dalla fig.4 precedente, si vede come dalla misura della distanza d* e dell'angolo zenitale ζ si ricavi anche il dislivello Δ_{AB} dalla relazione:

$$\Delta_{AB} = d^* \cdot \cos\zeta$$

Questo non è l'unico modo di ricavare il dislivello tra due punti; un altro metodo è basato sull'uso dello strumento detto ***livello*** e si chiama metodo della ***livellazione geometrica***.

1.4 *Strumenti con cui si effettuano le misure*

Tutte le operazioni topografiche hanno come scopo la misura delle classi di grandezze che abbiamo appena esaminato.

Gli strumenti adottati per queste operazioni saranno:

- il *teodolite*, per la misura di angoli azimutali e zenitali;
- il *livello*, per la misura delle differenze di quota;
- il *distanziometro elettronico*, per la misura diretta delle distanze.

Le misure angolari e di distanza potranno essere effettuate con un unico strumento detto **totalstation** (stazione totale) che riunisce in sé le funzioni del teodolite e del distanziometro elettronico.

2. La materializzazione dei punti.

Nel definire le grandezze che sono oggetto di misure da parte del topografo, abbiamo fatto riferimento, in modo generico, a *punti* A, B, C .... del terreno; occorre chiarire come questi punti, là considerati come astrazioni geometriche, siano materializzati nella realtà.

Prendiamo in considerazione, a questo scopo, la misura di un angolo azimutale; la misura verrà eseguita mettendosi con uno strumento, il teodolite, sul punto A e osservando, mediante il cannocchiale topografico, che fa parte del teodolite, gli altri due punti B e C. Il punto A sul quale ci si mette con lo strumento, si chiama ***punto di stazione***, mentre i punti B e C sono i ***punti collimati***.

Il ***punto di stazione*** può essere costituito da una borchia metallica infissa nella pavimentazione stradale (vedi figura 6-1), da un cilindretto di metallo cementato in una piccola gettata di calcestruzzo (vedi figura 6-2.), dall'incrocio di due tratti disegnati sulla testa di un picchetto (vedi figura 6-3.), da una borchia cementata in un piccolo pilastrino di cemento armato (vedi figura 6-4.), da un punto non materializzato di proposito ma ben individuabile, come ad esempio l'incrocio di due assi stradali (vedi figura 6-5.).

I ***punti collimati*** possono essere materializzati in due modi:

- da punti di strutture artificiali esistenti (punta di un campanile, spigolo di una casa, un punto caratteristico di un edificio, ecc.);
- da punti del tipo di quelli su cui si fa stazione e che vengono resi visibili da lontano con opportuni segnali.

Per fare un esempio, una traduzione in termini reali dello schema in figura 1 *potrebbe essere la seguente (*figura 7.*): il punto A è materializzato da una borchia infissa in un pilastrino; il punto B è la punta di un campanile ed il punto C è un picchetto in legno sul quale è stato posto un segnale.*

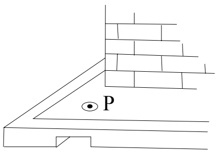


figura 6-1

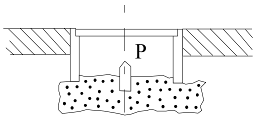


figura 6-2

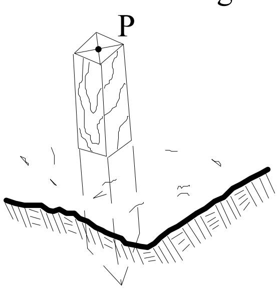


figura 6-3

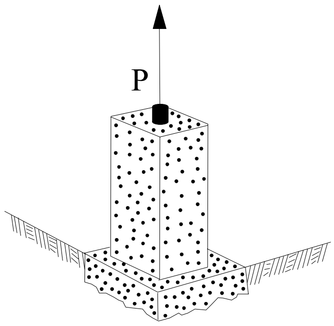


figura 6-4

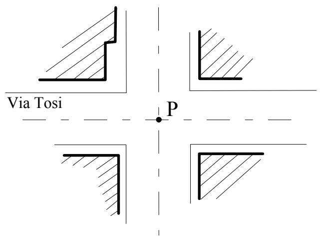


figura 6-5

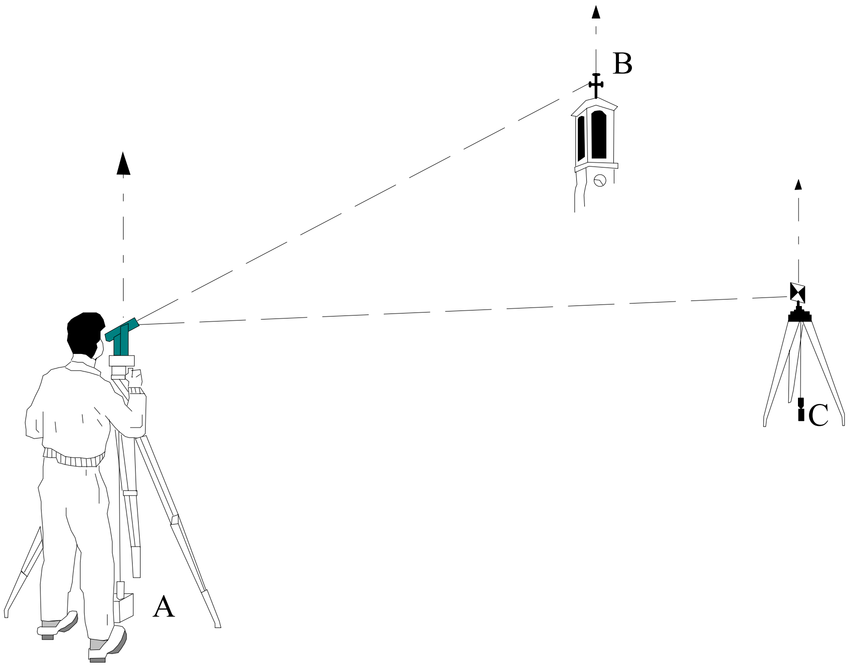


Figura 7

In altri casi i punti collimati possono essere costituiti da appositi segnalini fissati a una struttura.
Ad esempio: quando si deve effettuare il rilievo fotogrammetrico terrestre della facciata di un monumento (edificio, chiesa,ecc.) si devono determinare le coordinate di un certo numero di punti sulla facciata medesima, i quali serviranno come punti di appoggio dei modelli stereoscopici. Molte volte sulla facciata non vi sono punti ben riconoscibili e ben collimabili, ma anche quando ci sono è difficile che siano proprio nei posti in cui devono cadere i punti di appoggio dei modelli stereoscopici. Occorre quindi materializzare i punti di appoggio per i modelli stereoscopici con appositi segnalini. Essi possono essere costituiti ad esempio da dischetti di allumino di qualche centimetro di diametro sui quali vi è un segno nero di collimazione (una crocetta, un triangolino, ecc.).

3. La collimazione dei punti.

Collimare un punto P con il cannocchiale dello strumento di misura (teodolite, livello distanziometro o totalstation) significa puntare il cannocchiale (che è parte integrante di ogni strumento topografico) sul punto P in modo che esso si trovi sull'asse ottico del cannocchiale (figura 8).

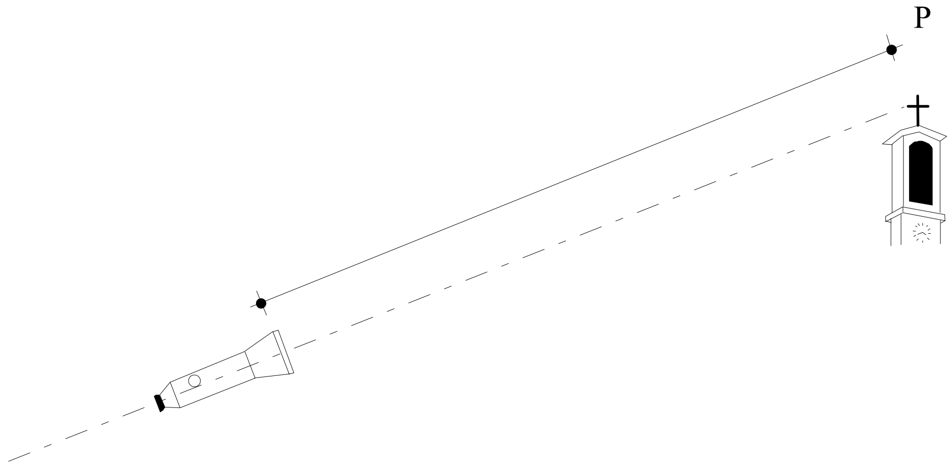


figura 8

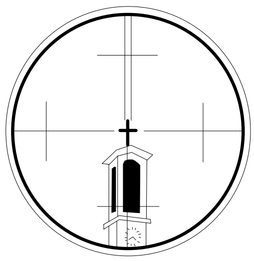


figura 9

La condizione di cui sopra è verificata quando il puntamento viene effettuato in modo che l'immagine del punto P si formi sul reticolo, proprio in coincidenza dell'incrocio dei due tratti che formano il reticolo stesso (figura 9).

4. La misura degli angoli azimutali e zenitali.

Per poter dare al cannocchiale delle rotazioni azimutali e zenitali, nei tre tipi di strumenti topografici che prendiamo in considerazione (teodoliti, livelli, distanziometri), esso sarà montato su un asse rotante *m* (vedi figura 10), sostenuto da un supporto U che è a sua volta sorretto da un basamento B; il supporto U può ruotare intorno ad un asse *r*.

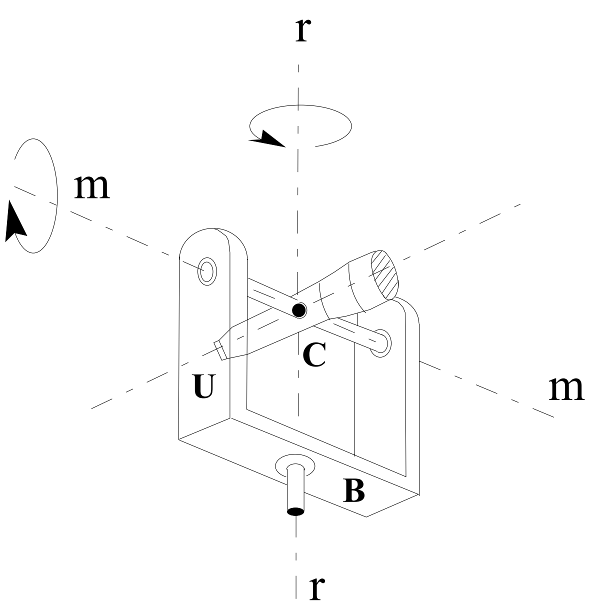


figura 10

L'asse di rotazione ***r*** è detto ***asse primario***; l'asse ***m*** è detto ***asse secondario***.

L'elemento ruotante U è detto ***alidada***.

La misura degli angoli azimutali e zenitali nei moderni strumenti topografici avviene in modo automatico.

E cioè, con riferimento alla fig.7, per misurare l'angolo azimutale tra i due punti B e C dal punto di stazione A, l'operatore deve:

- collimare il punto B
- premere il pulsante di registrazione di misura
- ruotare l'alidada (*nel piano orizzontale*) e il canocchiale (*nel piano verticale*) fino a collimare il punto C
- premere nuovamente il pulsante di registrazione di misura.

Quando l'operatore preme il pulsante di registrazione di misura lo strumento esegue automaticamente una misura di posizione dell'alidada; dalla differenza delle due misure di posizione dell'alidada lo strumento calcola automaticamente l'angolo azimutale α=BAC.

Per misurare un angolo zenitale è invece sufficiente che l'operatore collimi il punto di cui si vuole misurare l'angolo zenitale e premere il pulsante di registrazione. In questo caso lo strumento misura direttamente l'angolo che l'asse di collimazione del teodolite forma con l'asse di rotazione primario (l'asse r della fig.10) che all'atto della misura deve coincidere con la verticale passante per il centro dello strumento.

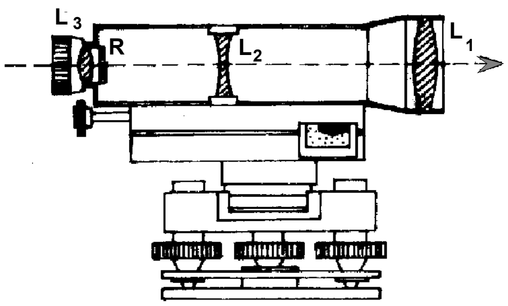
Ancora con riferimento alla fig.7, volendo misurare l'angolo zenitale θ=AB, l'operatore dovrà semplicemente collimare il punto B stando in stazione su A come indicato in figura.

I risultati delle misure degli angoli azimutali e zenitali vengono memorizzati direttamente sulle memorie di massa presenti negli strumenti stessi, e possono essere trasferiti direttamente su personal computer per successive elaborazioni.

5. La misura dei dislivelli con la livellazione geometrica.

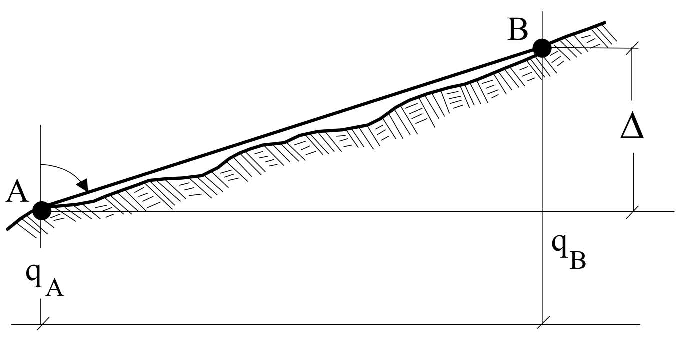
La misura di un dislivello tra due punti con il metodo della **livellazione geometrica** prende il nome di **battuta di livellazione**.
Una battuta di livellazione consente di determinare il dislivello tra due punti che distino al massimo tra di loro di non più di 100 m.
Facendo però battute di livellazioni consecutive (e cioè: tra A e B, poi tra B e C, poi tra C e D, e così via) con la livellazione geometrica si può misurare il dislivello tra punti posti a qualsiasi distanza.
Per eseguire una battuta di livellazione per determinare il dislivello fra due punti A e B mediante livellazione geometrica, si usa uno strumento detto **livello.**

Il livello consiste essenzialmente in un canocchiale posto su un alidada; la rotazione dell'alidada consente di ruotare il canocchiale nel piano orizzontale; il canocchiale può inoltre ruotare anche nel piano verticale (ma di piccoli angoli); in virtù di questa possibilità di rotazione nel piano verticale, l'asse di collimazione del livello può essere rese orizzontale, con opportuni dispositivi e seguendo opportune procedure.



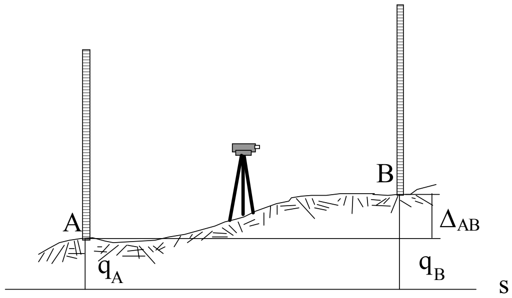
Come già detto in precedenza, nell'ambito di una zona di territorio compresa nel raggio di 100 m la superficie di riferimento delle quote è assimilabile al piano tangente al geoide e quindi le verticali possono essere considerate parallele.

Potremo quindi considerare che il dislivello Δ fra i punti A e B sia la differenza fra le distanze dei punti A e B dal piano tangente al geoide.

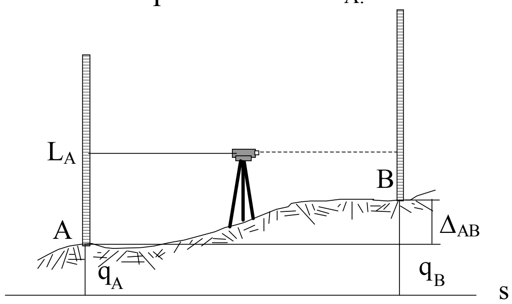


Lo procedura per la misura del dislivello tra due punti (come già detto distanti al massimo 100 m) con la livellazione geometrica è il seguente.

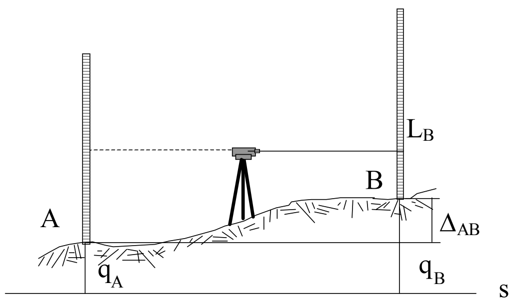
- Si dispone una **stadia** su ciascuno dei punti A e B. Le stadie sono stecche di legno lunghe 3 m e larghe circa 10 cm .Recano generalmente una graduazione in cm la cui origine è il punto di appoggio sul terreno. Le stadie vengono disposte secondo la verticale con l'ausilio di una livella sferica montata su ciascuna di esse dalla parte opposta rispetto alla graduazione. Il livello viene posto in una posizione intermedia fra le stadie.



- Si collima la stadia e si rende l'asse del canocchiale orizzontale. Si legge quindi la graduazione della stadia in corrispondenza del punto in cui l'asse di collimazione intercetta la stadia; chiamiamo questa lettura L_A.



- Si ruota l'alidada fino a che col canocchiale si collima la stadia posta in B; si rende nuovamente orizzontale l'asse di collimazione del canocchiale; si effettua la lettura L_B alla stadia posta in B.



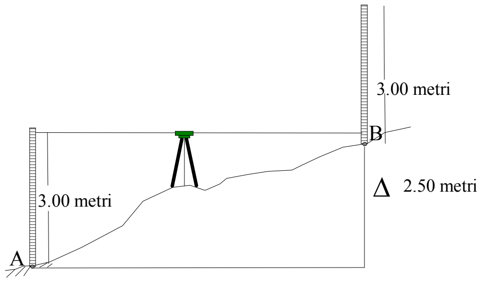
Il dislivello Δ_{AB} tra i due punti A e B sarà dato dalla relazione:

$$\mathbf{\Delta_{AB} = L_B - L_A}$$

perché le visuali realizzate collimando le stadie in A ed in B sono orizzontali e perciò parallele alla superficie di riferimento.

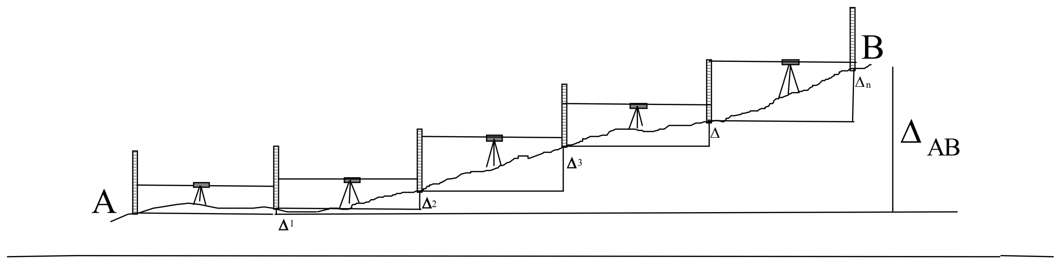
Non si può fare una battuta di livellazione tra punti a distanza maggiore di 100 m (*circa* ovviamente) per il semplice motivo che a una distanza maggiore di 50 m non si riesce a leggere con sufficiente accuratezza la graduazione della stadia.

Poiché le stadie sono lunghe tre metri il massimo dislivello misurabile ad ogni battuta sarà di circa 2,50 m.



Quando si deve misurare il dislivello fra punti la cui distanza sia superiore ai 100 m o fra i quali vi sia un dislivello maggiore a tre metri si eseguono più battute di livellazione.

Si divide cioè la loro distanza in tratti per ciascuno dei quali si esegue una battuta di livellazione.



La misura del dislivello risulta:

$$\Delta_{AB}=\Delta_1 + \Delta_2+ \dots\dots \Delta_n$$

Nell'errore di determinazione di un dislivello concorrono errori dovuti a cause diverse (meccanica dello strumento, precisione della livella, ecc.); tuttavia la causa fondamentale è l'errore di stima che si commette nel leggere la graduazione alla stadia; essendo infatti tali graduazioni centimetrate, l'operatore deve stimare i millimetri di graduazione.

Poiché l'errore di stima è generalmente del decimo dell'intervallo di suddivisione, ogni lettura sarà affetta da un e.q.m. di ± 1 mm.

Ciò comporta che, su una battuta di 100 m, con letture affette da un e.q.m. di ±1 mm (e.q.m = errore quadratico medio), l'e.q.m. di determinazione del dislivello risulti ±1,4 mm. (L'e.q.m. del dislivello è ±1,4 mm e non ±2 mm perché gli e.q.m. non si sommano, ma si combinano secondo la regola dell'errore quadratico medio delle misure indirette).

Nota. ***Esistono oggi dei livelli automatici che eseguono automaticamente la disposizione dell'asse di collimazione secondo una linea orizzontale e che inoltre effettuano automaticamente la lettura alle stadie; tale lettura automatica avviene con una tecnica simile a quella con la quale si effettua la lettura dei codici a barre.***

6. Misura diretta delle distanze mediante distanziometri elettronici.

I distanziometri elettronici sono strumenti di recente introduzione.

Essi, proprio perché basati sull'elettronica, hanno subito un'evoluzione rapidissima e hanno dato luogo ad una vasta diversificazione di modelli.

I diversi modelli si basano su principi diversi, specialmente in funzione dell'entità delle distanze che essi sono in grado di misurare.

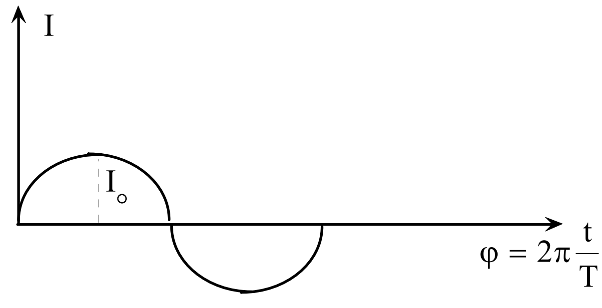
Date le non poche cognizioni di elettronica richieste per la comprensione del loro funzionamento, ci limiteremo a prendere in considerazione i distanziometri elettronici che si impiegano nelle misure topografiche, cioè quelli aventi una portata massima di 1÷2 Km. Prima di affrontare la descrizione della struttura e del funzionamento di un distanziometro richiamiamo per comodità alcune nozioni sulle onde elettromagnetiche.

Periodo, frequenza, intensità istantanea

Un'onda elettromagnetica è caratterizzata dai seguenti parametri:

- T (sec) *periodo* dell'onda, ossia intervallo di tempo nel quale l'intensità dell'onda compie un ciclo completo;
- f (1/sec) *frequenza*, numero di cicli al secondo;
- I *intensità istantanea*: $I = I_0 \operatorname{sen}(2\pi \frac{t}{T})$

La rappresentazione del valore istantaneo dell'intensità dell'onda è la seguente:



La frequenza f si misura in Herzt; se cioè un'onda impiega 1 secondo a compiere un ciclo la sua frequenza è 1 Hz; se impiega 1/1000 di secondo la sua frequenza è 1000 Hz (1 KHz, 1 chiloerz); se impiega 1/1.000.000 di secondo la sua frequenza è 1.000.000 di Hz (1 MHz, 1 megaerz).

Si indica inoltre con λ la lunghezza dell'onda, cioè lo spazio percorso dall'onda nel propagarsi, corrispondente ad un periodo T; λ è legata alla frequenza T dalla relazione:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

essendo c la velocità della luce nel vuoto.

> *Esempi. La luce visibile ha una lunghezza d'onda variabile tra 0,4 μm e 0,7 μm con frequenza variante tra 75 . 10 MHz e 45 . 10 MHz.*
>
> *Le onde elettromagnetiche che seguono immediatamente nello spettro quelle della luce visibile sono dette onde infrarosse e hanno lunghezza d'onda variabile tra 0,7 μm e 1,1 μm.*

Fase.

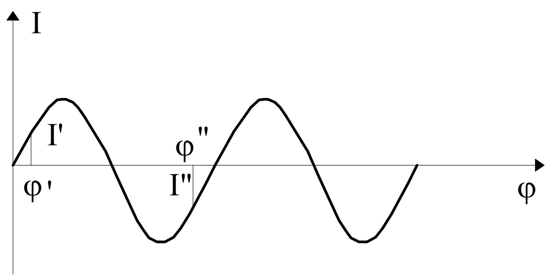
Indichiamo con φ (fase) l'argomento del seno dell'intensità di un'onda:

$$I = I_0 \operatorname{sen}(2\pi \frac{t}{T}) = I_0 \operatorname{sen}\varphi$$

Quando t = 0 lo spazio di propagazione dell'onda è zero; quando t = T lo spazio di propagazione è λ; per un tempo t compreso tra 0 e T lo spazio d percorso dall'onda sarà legata a φ dalla relazione:

$$d = \lambda \frac{\varphi}{2\pi}$$

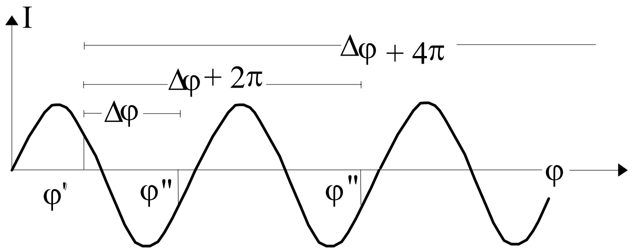
Questo significa che ad una certa intensità dell'onda I corrisponde una fase φ, e da questa possiamo ricavare la distanza d percorsa dall'onda dall'istante t = 0 all'istante t.



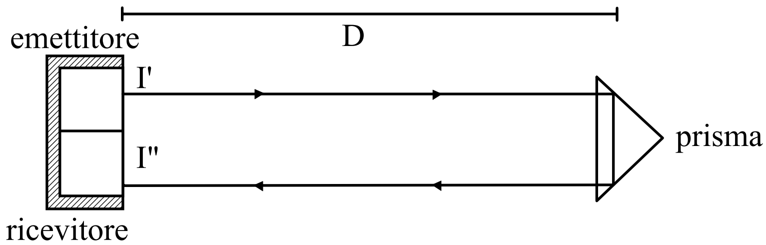
Più in generale dal confronto di due intensità I' e I" possiamo risalire ai valori di fase φ' e φ" che ad esse corrispondono e quindi alla distanza d di propagazione dell'onda tra il verificarsi dei due valori di intensità.

La differenza di fase Δφ tra φ' e φ" si chiama sfasamento.

Succede però che uno stesso valore di sfasamento si presenta ciclicamente ad ogni periodo T.



Quindi se emettiamo un'onda da un emettitore ed in un certo momento misuriamo l'intensità I' e l'intensità I" registrata da un ricevitore che riceve l'onda riflessa da un prisma, non siamo in grado di determinare la distanza di propagazione dell'onda dallo sfasamento corrispondente ai valori I' e I".



Possiamo solo dire che la distanza 2D (andata e ritorno) è uguale alla distanza di propagazione corrispondente allo sfasamento, più un numero indeterminato k di lunghezze d'onda:

$$2D = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda + k\lambda$$

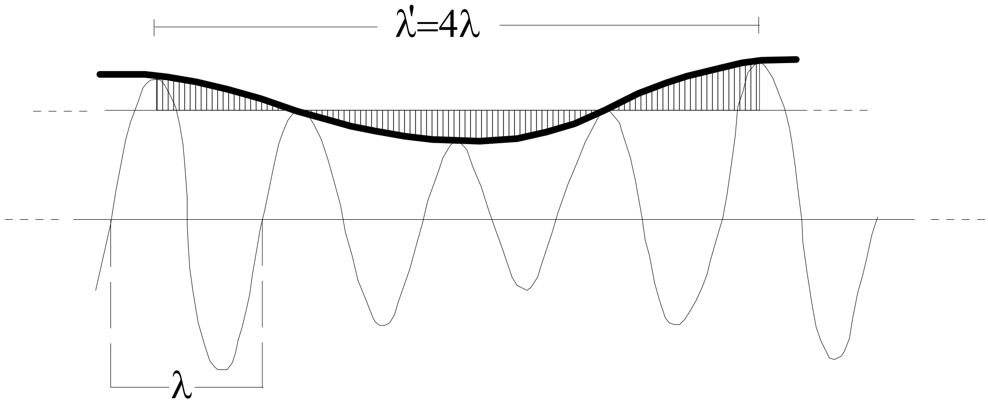
Modulazione in ampiezza

Un'onda può essere *modulata in ampiezza* (se ne fa cioè aumentare e diminuire ciclicamente l'ampiezza massima), per ottenere da essa un'onda di lunghezza d'onda maggiore. La prima onda si chiama *onda portante* o *onda modulata*; la seconda *onda portata* o *onda modulante*.

L'onda modulante è data dall'inviluppo dei massimi dell'onda modulata.

Con l'operazione di modulazione si possono ottenere onde di lunghezza d'onda lunghissime, modulando onde di lunghezza d'onda molto corta.

Ad esempio, un'onda elettromagnetica infrarossa di 1 μm di lunghezza d'onda può essere modulata in modo da ottenere onde con λ= 20 m o λ= 2000 m.



Per esemplificare riportiamo un grafico da cui si può comprendere come da un'onda se possa ottenere un'altra di lunghezza d'onda 4 volte superiore.

Schema di un distanziometro elettronico topografico.

Un distanziometro elettronico si compone delle seguenti parti.

a) Un *generatore di corrente continua* (batteria).
b) Un *generatore di frequenza* (quarzo piezoelettrico).
c) Un *diodo* (all'arseniuro di Gallio) che percorso da corrente emette luce infrarossa con intensità proporzionale alla corrente che lo attraversa.

Mediante questi tre primi componenti, il distanziometro può emettere luce infrarossa modulata; si ottiene questo effetto, applicando ai capi del diodo una tensione variabile, direttamente ricavata dal circuito del quale fa parte l'oscillatore a quarzo (il quarzo piezoelettrico).

La frequenza del quarzo piezoelettrico è detta *frequenza fondamentale* del distanziometro. Questa frequenza è in genere di 15 MHz ; ne consegue che la luce infrarossa emersa dal distanziometro è modulata e genera un'onda modulante di lunghezza d'onda:

$$\lambda' = \frac{300.000\text{m / sec}}{15.000.000\text{periodi / sec}} = 20\text{m}$$

Il distanziometro si completa con i seguenti altri componenti.

d) Nel circuito è possibile inserire *un divisore elettronico di frequenza*, cioè un componente che può dividere per cento la frequenza del quarzo piezoelettrico; quando il divisore elettronico è inserito nel circuito, la frequenza dell'onda modulante diventa cento volte più piccola della frequenza fondamentale, cioè diviene, nel caso fatto, di 150 KHz . A questa frequenza, detta *frequenza secondaria*, corrisponde una lunghezza d'onda dell'onda modulante:

$$\lambda'' = \frac{300.000\text{m} / sec}{150.000\text{periodi} / sec} = 2000\text{m}$$

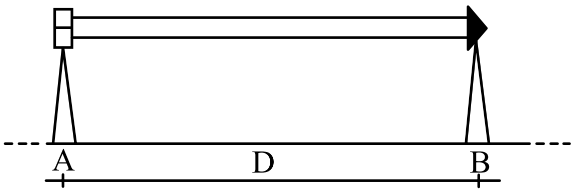
e) *Un apparato ricevente*, in grado di captare l'onda emessa dal distanziometro e riflessa verso di esso da un prisma posto a distanza.

f) *Un misuratore di fase* che è un dispositivo in grado di misurare lo sfasamento corrispondente a due diversi valori di intensità dell'onda, e di risalire alla distanza di propagazione corrispondente a tale valore. Il misuratore di fase misura lo sfasamento $\Delta\varphi$ con una approssimazione di +/- 0,001 del valore dello sfasamento stesso. Quindi ricavando la frazione di lunghezza d'onda $\Delta\lambda$ in funzione dello sfasamento tale valore viene anch'esso ricavato con una approssimazione di +/- 0,001 del valore stesso.

Funzionamento del distanziometro.

Le caratteristiche principali di un distanziometro sono due: *la portata*, cioè la massima distanza misurabile, e l'errore medio con il quale tale distanza viene misurata.

La portata è (e vedremo il perché) inferiore alla metà della lunghezza d'onda modulante, ottenuta modulando la portante con la frequenza secondaria. La precisione è invece uguale a ±1/1000 della lunghezza dell'onda modulante ottenuta modulando la portante con la frequenza fondamentale (vedremo il perché).



Sia da misurare la distanza D tra i punti A e B.

Si mette in stazione il distanziometro sul punto A e si mette un prisma riflettente su B. Si emette dal distanziometro la luce infrarossa modulata con la frequenza secondaria e ad uno stesso istante t viene effettuata sul distanziometro la misura dell'intensità I' dell'onda modulante emessa e l'intensità I" dell'onda modulante ricevuta. Se lo strumento è usato correttamente, cioè se la distanza D non è superiore alla portata dello strumento, la differenza di fase corrispondente ai due valori I' ed I" calcolata dal misuratore di fase, ci fornisce la distanza $D_{\lambda''}$ (dove il pedice $_{\lambda''}$ indica che misuriamo D con la lunghezza d'onda secondaria) dalla relazione:

$$2D_{\lambda''} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda'' \qquad \text{e cioè} \qquad D_{\lambda''} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda'' \tag{6}$$

Poiché però lo sfasamento $\Delta\varphi$ è misurato con precisione di 10^{-3}, ne segue che il valore di $D_{\lambda''}$ così ricavato ha un errore medio di ±1/1000 di D, cioè di ± 1 m.

Infatti la precisione di 10^{-3} nella misura dello sfasamento di $\lambda'' = 2000$ m, porta ad un errore di ± 2 m nella misura di 2 $D_{\lambda''}$ e quindi ad un errore di ± 1 m nella misura di $D_{\lambda''}$.

Precisione naturalmente insufficiente.

Abbiamo però la possibilità di usare anche l'onda modulante corrispondente alla frequenza fondamentale λ'. Inviando allora il fascio di luce infrarossa modulata con la frequenza fondamentale λ', misuriamo nuovamente a un tempo t lo sfasamento tra l'intensità dell'onda modulante emessa e quella dell'onda ricevuta per riflessione dal prisma. La misura della distanza D in funzione di λ' è:

$$D_{\lambda'} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda' + k\lambda'\right)$$

dove la quantità $k\,\lambda'$ viene ricavato come il multiplo di λ' più prossimo a $2D_{\lambda''}$.

Lo strumento misura quindi solo lo sfasamento dell'onda primaria e ricava la prima parte:

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda'$$

che somma al valore $k\,\lambda'$ ricavato come il multiplo di λ' più prossimo a $2D_{\lambda''}$.
Poiché λ' è di 20 m e lo sfasamento viene ricavato con un errore medio di ±1/1000 la quantità $\frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda'$ viene determinata con un errore medio di ±2 cm .
Il valore finale di D viene quindi determinato con un errore medio di ±1 cm.
Ad esempio; se il valore della distanza da misurare è di 847,15 m, la prima misura ci fornisce la distanza sino alle decine di metri:

D = 84.... m

e la seconda misura permette di completarne il valore sino ai centimetri:

D = 847,15 m

In pratica, le due misure non vengono eseguite in successione dall'operatore, ma tutto il procedimento è eseguito automaticamente dallo strumento che fornisce in pochi secondi il risultato definitivo completo su un visore digitale.

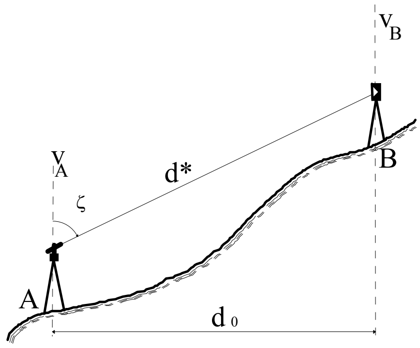
6. Strumenti che misurano angoli e distanze.

Da quanto esposto nei paragrafi precedenti risulta che un distanziometro elettronico è essenzialmente un misuratore di distanze. Tuttavia, poiché, come vedremo, le operazioni topografiche principali si basano sulla misura di angoli e distanze, si è trovato opportuno realizzare degli strumenti che fossero allo stesso tempo misuratori di angoli e di distanze.

Questi strumenti vengono realizzati seguendo due principi:

- il primo è quello di realizzare dei distanziometri che siano accoppiabili a teodoliti; e cioè una Casa che costruisce strumenti topografici e che ha già in produzione i teodoliti, studia e realizza un distanziometro in modo che si possa unire al teodolite;
- il secondo è quello di costruire degli strumenti integrati nei quali il teodolite ed il distanziometro sono inscindibili e per così dire si fondono in un unico strumento (*totalstation).*

Quando si usa un distanziometro unito ad un teodolite, il segnale di collimazione deve essere costituito da due parti; ossia dal prisma che riflette il raggio inviato dal distanziometro e da un segnale (mira) collimabile esattamente mediante il reticolo per la misura degli angoli.



Notiamo che con un distanziometro unito ad un teodolite possiamo misurare la distanza reale d* e l'angolo zenitale ζ, e possiamo ricavare quindi immediatamente la distanza d_0 , cioè la proiezione di d* sul piano orizzontale passante per il punto di stazione del distanziometro:

$$d_0 = d^*.\text{sen}\zeta$$

e anche il dislivello:

$$d_0 = d^*.\cos\zeta$$

Nel caso di distanze brevi (inferiori ai 100 m) tale distanza coincide con la distanza topografica.

Ricordiamo infine che esistono strumenti distanziometrici in grado di misurare distanze col metodo della misura dello sfasamento di onde elettroniche inviate e ricevute senza che occorra mettere sul punto collimato il prisma riflettente.

Tali strumenti hanno però portata molto limitata (inferiore ai 150 m) e inoltre possono risultare di difficile uso quando impiegati all'aperto in presenza di luce solare.

PARTE II

Intersezione in avanti e Poligonali

1. Sistemi di misura degli angoli.

Nel *sistema sessagesimale* l'unità di misura, chiamata grado sessagesimale, è la 360ma parte dell'angolo giro.

I sottomultipli sono il primo ed il secondo sessagesimale, ottenuti rispettivamente come la 60ma parte del grado e del primo. Un generico angolo risulta espresso in tale sistema nel modo che segue: 36° 51' 25".

Il *sistema centesimale* ha come unità di misura il grado centesimale, che è la 400ma parte dell'angolo giro.

I sottomultipli sono il primo centesimale, ottenuto come la 100ma parte del grado ed il secondo centesimale che è la 100ma parte del primo. Un generico angolo sarà: 57^g, 41^c, 87^{cc} , oppure, più semplicemente: 57,4187.

Come si può notare, il sistema centesimale presenta il vantaggio della divisione centesimale del grado.

Ad esempio la somma dei due angoli:

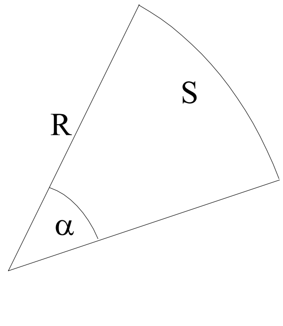
$\alpha = 127^g{,}3849$		$127^g{,}3849$
$\beta = 54^g{,}0348$	risulta	$\underline{54^g{,}0348}$
		$181^g{,}4197$

Considerando inoltre, che la quasi totalità delle operazioni di calcolo prevede oggi l'impiego di strumenti di calcolo, per i quali la divisione decimale del grado rimane molto comoda, si comprende come il sistema centesimale, che pure è di più recente introduzione, prevalga ormai nei confronti di quello sessagesimale.

Gli strumenti impiegati per la misura degli angoli hanno comunque i cerchi adibiti allo scopo di essere indifferentemente a graduazione sessagesimale o centesimale.

In altre parole, lo stesso tipo di strumento viene fornito dalla Casa costruttrice, con il tipo di graduazione richiesto dall'acquirente.

Quanto affermato nelle righe precedenti riguarda le misure degli angoli; a volte però gli angoli misurati devono essere convertiti in radianti, per poter valutare l'errore planimetrico che deriva da un errore angolare.



$$\alpha^r = \frac{S}{R}$$

Nel *sistema analitico*, il valore di un angolo in radianti è dato dal rapporto tra l'arco di cerchio che sottende l'angolo ed il corrispondente raggio del cerchio.
I sottomultipli del radiante sono il decimo, il centesimo, il millesimo, ecc. di radiante; un generico angolo in tale sistema risulta espresso così: $2^r,316$.

Per trasformare gli angoli da gradi centesimali in radianti e viceversa, si imposta la proporzione:

$$\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^g}{400} \qquad \Rightarrow \qquad 1 \text{ radiante} = 63^g{,}6619772$$

Quindi per passare da un angolo espresso in gradi centesimali allo stesso angolo espresso in radianti, bisogna dividere per 63,6619772.

È importante, inoltre, ricordare quanto valgono, in radianti, un primo o un secondo centesimale.

$$1^c = \frac{1}{6.360} \qquad 1^{cc} = \frac{1}{636.600}$$

Per calcoli approssimati sarà sufficiente utilizzare valori approssimati, e cioè:

$$1^c = \frac{1}{6.000} \qquad 1^{cc} = \frac{1}{600.000}$$

Accenniamo ancora, prima di concludere l'argomento, al passaggio dal sistema sessagesimale al sistema analitico e viceversa che si realizza impostando una proporzione, in modo analogo a quanto visto per il precedente passaggio.

In particolare ricordiamo i valori, espressi in radianti, del primo e del secondo sessagesimale:

$$1' = \frac{1}{3.437} \qquad 1'' = \frac{1}{206.265}$$

ed i rispettivi valori approssimati:

$$1' = \frac{1}{3.000} \qquad 1'' = \frac{1}{200.000}$$

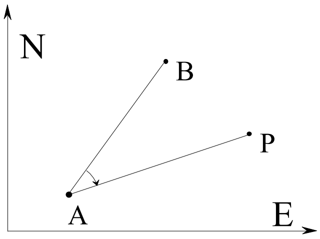
2. Angoli di direzione.

Premessa: convenzione nella misura degli angoli azimutali.

Molte operazioni topografiche richiedono il calcolo delle coordinate di un punto P avendo eseguito le seguenti misure:

- distanza d da un punto A di coordinate N_A, E_A note;
- angolo che la congiungente AP forma con la direzione individuata dal individuata dal punto A e da un secondo punto B di coordinate N_B, E_B note.

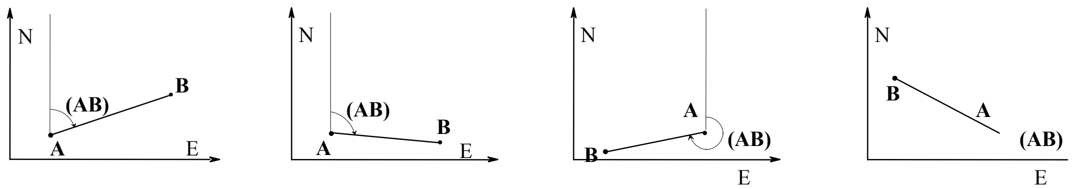
Per evitare ambiguità si è convenuto che *tutti gli angoli azimutali misurati vadano sempre in senso orario dalla direzione nota a quella incognita;* nel nostro caso quindi da AB ad AP (come indicato in figura).



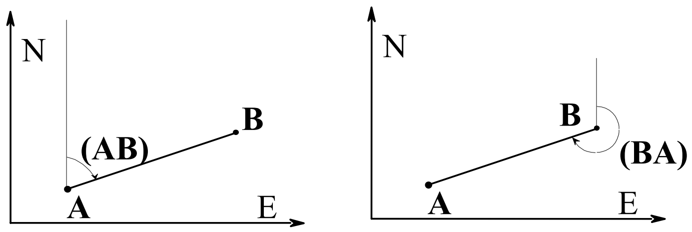
Per facilitare il calcolo delle coordinate di P, o più esattamente per permettere di eseguire il calcolo senza dover far ricorso a schemi grafici, si è introdotto un elemento geometrico che prende il nome di ***angolo di direzione***.

2.1 *Definizioni e convenzioni*

Un angolo di direzione viene definito da due soli punti. E cioè, dati due generici punti A e B si intende come angolo di direzione (AB), l'angolo che la parallela all'asse N passante per A forma con la congiungente AB. L'angolo di direzione può variare da 0 a 2π a seconda della posizione di B rispetto ad A. Esso infatti si computa sempre in senso orario dalla parallela all'asse N alla direzione AB (vedi figure).



Si noti inoltre che l'angolo di direzione (AB) <u>*non*</u> è uguale all'angolo di direzione (BA):



I due angoli sono però fra loro legati dalla relazione:

$$(BA) = (AB) + \pi\ (- 2\pi\ )$$

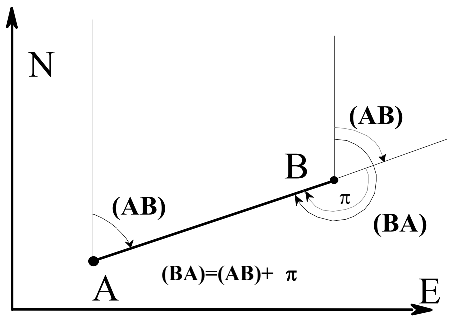
Questa relazione va intesa così:

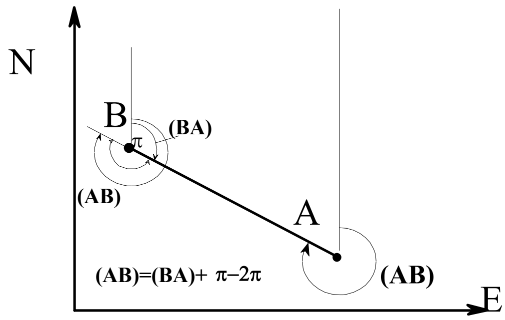
- si somma ad (AB) l'angolo π;
- se il risultato è minore di 2π, l'angolo ottenuto è l'angolo di direzione (BA);
- se il risultato supera 2π, per ottenere l'angolo (BA) occorre togliere alla somma (AB)+π, l'angolo 2π.

Come si vede, il calcolo di (BA), in funzione di (AB), può essere facilmente eseguito anche in un programma di calcolo, cioè senza ricorso a schemi:

```
     PIGR  =   3,1417...
     PIGR2=   2* PIGR
     READ     AB
     BA    =   AB + PIGR
               IF (BA.LT.PIGR2) GO TO 1
     BA    = BA - PIGR2
   1 CONTINUE
```

Riportiamo per chiarire i due casi:

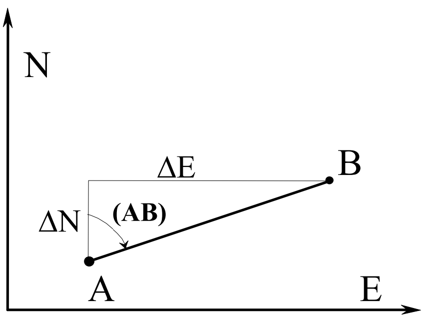




L'angolo di direzione tra due punti A e B può essere calcolato (si noti: <u>calcolato</u>, *in quanto un angolo di direzione non può essere <u>misurato</u>*, perché sul terreno non è nota la direzione parallela all'asse N) tenendo conto che:

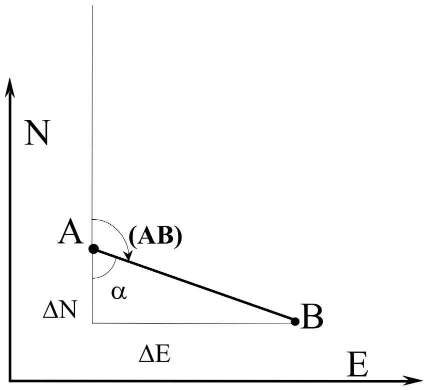
$$\mathrm{tg}(AB) = \frac{\Delta E}{\Delta N} = \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$$

Risulta quindi:



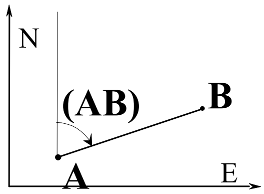
$$(AB) = \mathrm{arctg}\frac{\Delta E}{\Delta N} = \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$$

Per riconoscere però se la relazione su scritta ci dà l'esatto valore di (AB) occorre procedere a dei test sul segno di ΔE e ΔN. Infatti nel seguente caso (ad es.) la relazione ci darebbe un risultato non giusto:

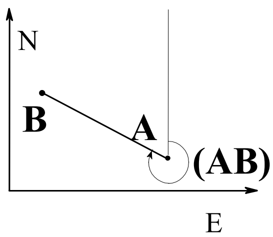


e cioè anziché l'angolo (AB) otterremo l'angolo α con segno negativo (tra l'altro un angolo di direzione è sempre positivo).

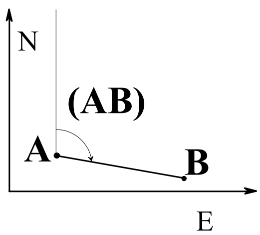
I test da fare sono quindi i seguenti.



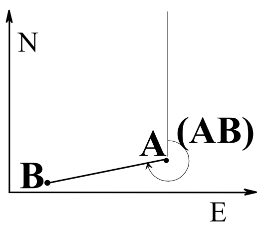
se: $\Delta E > 0$ e $\Delta N > 0$ $\qquad (AB) = \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta E}{\Delta N}$



se: $\Delta E < 0$ e $\Delta N > 0$ $\qquad (AB) = \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta E}{\Delta N} + 2\pi$



se: $\Delta E > 0$ e $\Delta N < 0$ $\qquad (AB) = \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta E}{\Delta N} + \pi$



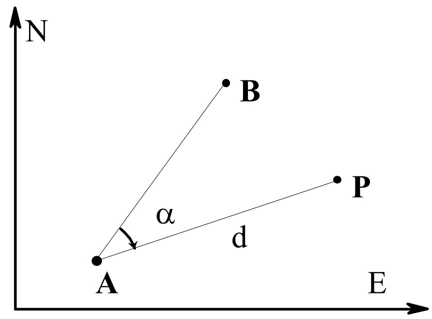
se: $\Delta E < 0$ e $\Delta N < 0$ $\qquad (AB) = \operatorname{arctg}\dfrac{\Delta E}{\Delta N} + \pi$

Come si vede, date le coordinate di A e di B, si può fare un semplice programmino per il calcolo dell'angolo di direzione, senza che occorra ricorrere a schemi grafici:

```
   P = 3.1417....
   ATAN = DE/DN
   IF (DE.GT.0.AND.DN.GT.0) GO TO 50
   IF (DE.LT.0.AND.DN.GT.0) GO TO 40
   ATAN = ATAN + P
   GO TO 50
40 ATAN = ATAN + 2 * P
50 RETURN
```

2.2 *L'angolo di direzione nel calcolo delle coordinate di un punto*

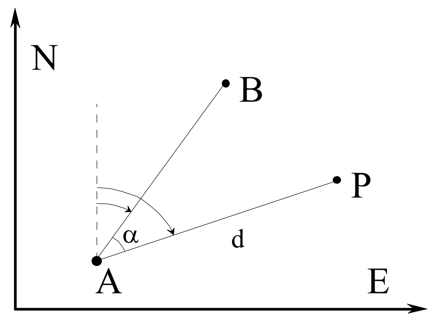
Ritorniamo ora al problema dal quale eravamo partiti, e cioè il calcolo delle coordinate di un punto P avendo misurato la distanza da esso di un punto A di coordinate note, e l'angolo che la direzione AP forma con la direzione congiungente A con un secondo punto noto B.



Si calcola innanzitutto l'angolo di direzione (AB); come indicato al paragrafo precedente.

Quindi si calcola l'angolo di direzione (AP) con la relazione:

$$(AP) = (AB) + \alpha \ (- 2\pi)$$



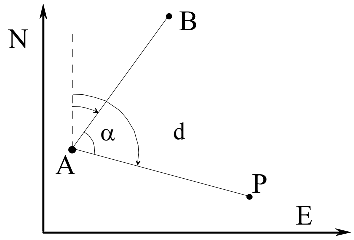
Anche qui il (-2π) sta ad indicare che, se la somma (AB) + α risulta superiore a 2π occorre togliere a tale somma 2π per ottenere il corretto valore di (AP).

Una volta noto l'angolo (AP) si hanno le coordinate di P dalle relazioni:

$$\mathbf{N_P = N_A + d \cos (AP)}$$
$$\mathbf{E_P = E_A + d\ sen\ (AP)}$$

Queste relazioni sono molto comode poiché non occorre schema grafico per vedere se le quantità di cos(AP) e di sen(AP) vanno sommate o sottratte a N_A e E_A rispettivamente per ottenere N_P e E_P; infatti l'angolo di direzione (AP) varia da 0 a 2π e conseguentemente il suo coseno ed il suo seno assumono valori positivi o negativi, in modo da sommarsi o sottrarsi come dovuto a N_A e E_A, anche se nella relazione si scrive sempre il segno + davanti a d cos (AP) ed a d sen (AP).

Consideriamo il seguente esempio:



Essendo (AP) compreso tra $\pi/2$ e π risulterà:

cos (AP) < 0

sen (AP) > 0

e quindi si avrà:

d cos (AP) < 0

d sen (AP) > 0

e risulterà quindi automaticamente che $N_P < N_A$ e $E_P > E_A$ come deve essere.

Abbiamo trattato questo argomento un po' a lungo per due motivi.

In primo luogo perché in tutti i calcoli topografici si fa riferimento al concetto di angolo di direzione e quindi, essendo uno strumento di calcolo usuale, è bene che esso sia ben conosciuto.

In secondo luogo è abbastanza istruttivo vedere come deve essere impostato un qualsiasi calcolo topografico che debba essere tradotto in un programma di calcolo elaborato da un calcolatore elettronico. L'impostazione del calcolo deve cioè soddisfare i seguenti requisiti:

- fissare esattamente le convenzioni con le quali debbono essere forniti i dati relativi alle misure eseguite sul terreno;
- non deve essere necessario ricorrere a schemi grafici;
- il risultato finale deve essere univoco.

3. Operazioni topografiche semplici.

3.1 Intersezione in avanti.

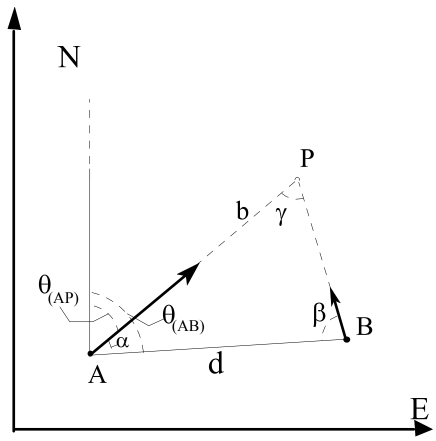
L'intersezione in avanti è una operazione topografica molto semplice che può essere usata per determinare le coordinate planimetriche e la quota di un punto incognito facendo stazione su due punti di coordinate note.

3.1.1 Determinazione delle coordinate planimetriche.

L'operazione può essere fatta in diversi modi a seconda dello strumento topografico che si usa.

Prenderemo in considerazione due casi: quello in cui si usi un teodolite in grado di misurare solo angoli e quello in cui il teodolite sia dotato di un distanziometro elettronico (con o senza prisma riflettente).

a) Uso delle sole misure angolari.



Da due punti A e B di coordinate note si eseguono le letture al cerchio orizzontale del teodolite (il disegno si riferisce ovviamente allo schema di calcolo nella proiezione cartografica e non alla situazione di misura sul terreno), in particolare:

dal punto A si effettuano le letture L_{AP} e L_{AB}
dal punto B si effettuano le letture L_{BA} e L_{BP}

Si ricavano: $\alpha = L_{AB} - L_{AP}$ $\beta = L_{BA} - L_{BP}$

La distanza d tra i due punti è nota: $d = \sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2}$, quindi è possibile ricavare b:

$$b = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\gamma} d \quad \text{essendo} \quad \gamma = \pi - \alpha - \beta$$

Noto b si avrà:

$$N_P = N_A + b\cos\theta_P \quad \text{essendo} \quad \theta_P = \theta_{AB} - \alpha$$

$E_P = E_A + b\,\mathrm{sen}\,\theta_P$ e $\theta_{AB} = \mathrm{arctg}\dfrac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$

Il metodo esposto è quello classico dell'intersezione in avanti semplice.

b) Uso di teodolite con distanziometro elettronico.

Facendo stazione in A si può misurare oltre all'angolo

$$\alpha = L_{AB} - L_{AP}$$

anche la distanza reale $\mathbf{d^*_{AP}}$.

Dalla misura dell'angolo zenitale $\boldsymbol{\theta_{AP}}$ della direzione che va dal centro del teodolite che si trova in stazione sul punto A al punto P e dalla distanza si ricava la distanza topografica $\mathbf{d_{AP}}$ mediante la relazione:

$$\mathbf{d_{AP}} = \mathbf{d^*_{AP}} \cdot \mathrm{sen}\,\boldsymbol{\theta_{AP}}$$

Il calcolo delle coordinate di P segue poi lo stesso schema del caso precedente:

$N_P = N_A + b\cos\theta_P$ essendo $\theta_P = \theta_{AB} - \alpha$

$E_P = E_A + b\,\mathrm{sen}\,\theta_P$ e $\theta_{AB} = \mathrm{arctg}\dfrac{E_B - E_A}{N_B - N_A}$

3.1.2 Determinazione della quota.

Indipendentemente dal modo in cui sia stata determinata la distanza $\mathbf{d_{AP}}$ si può ricavare la quota del punto P dalla misura dell'angolo zenitale in A mediante il teodolite.

Detta $\mathbf{q_A}$ la quota del punto A, $\boldsymbol{\theta_{AP}}$ l'angolo zenitale della direzione che va dal centro del teodolite che si trova in stazione sul punto A al punto P, **h** l'altezza strumentale del teodolite in A, H l'altezza del segnale in P, la quota $\mathbf{q_P}$ del punto P sarà data dalla relazione:

$$q_P = q_A + h + d^*_{AP} \cdot \cos\theta_{AP} - H$$

3.2 Poligonali.

Sempre in considerazione del fatto che nel nostro Corso, la trattazione degli argomenti topografici è strettamente finalizzata al rilievo fotogrammetrico architettonico, la descrizione di questo tipo di operazione topografica (la poligonale) viene brevemente e sinteticamente descritta nell'appendice che segue ***Brevi note sul rilievo fotogrammetrico architettonico***.