

## CAPITOLO II

### STRUMENTI TOPOGRAFICI

#### 1 Le grandezze che sono oggetto delle misure.

Gli strumenti topografici si dividono fondamentalmente in tre categorie: *teodoliti*, *livelli*, *distanziometri elettronici*. In ciascuna categoria esistono moltissimi tipi di strumenti che si differenziano per:

- principio di funzionamento;
- struttura;
- livello tecnologico;
- grado di precisione;
- campo di applicazione.

È ovviamente impossibile fare, in questo Corso, una casistica completa degli strumenti topografici; ci limiteremo pertanto a prendere in considerazione, per ciascuna categoria, il tipo di strumento più diffuso, o meglio quello che fa più capire le funzioni che con esso vengono svolte.

Le operazioni topografiche hanno come scopo la misura di:

- *angoli*;
- *dislivelli*;
- *distanze*.

#### 1.1 Angoli.

Gli angoli possono essere: azimutali o zenitali.

##### *Angoli azimutali.*

Consideriamo tre punti sul terreno A, B e C (vedi figura 1)

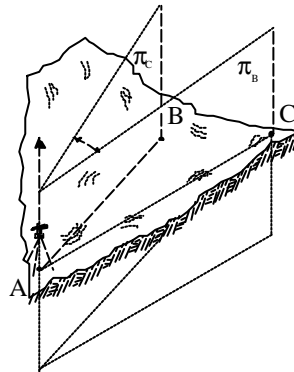


figura 1

V è la verticale passante per A;

$\pi_B$  è il piano definito dalla verticale  $V$  e dalla congiungente  $AB$ ;  
 $\pi_C$  è il piano definito dalla verticale  $V$  e dalla congiungente  $AC$ ;  
 chiamiamo *angolo azimutale* l'angolo diedro definito dai due piani  $\pi_B$  e  $\pi_C$  e che ha per spigolo la verticale  $V$ .

### Angoli zenitali.

Dato un punto  $A$  ed un punto  $B$ , l'*angolo zenitale*  $\zeta$  è l'angolo formato dalla verticale per il punto  $A$  e dalla congiungente i punti  $A$  e  $B$  (vedi figura 2).

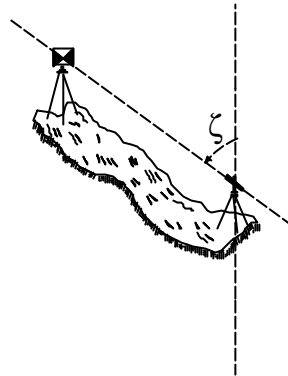


figura 2

### 1.2 Dislivelli.

Come vedremo in seguito in modo più approfondito, definiamo quota di un punto la sua distanza da una superficie di riferimento misurata sulla verticale per il punto stesso; la superficie di riferimento sarà il geode che può essere approssimato alla superficie del mare in quiete, supposta estesa anche al di sotto delle terre emerse (vedi figura 3).

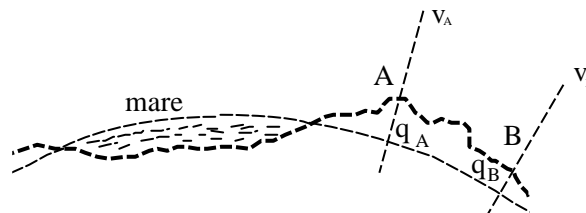


figura 3

Considerando il punto  $A$ , di quota  $q_A$  ed il punto  $B$  a quota  $q_B$ , il problema sarà quello di stabilire la differenza di quota, o *dislivello*, fra i punti, cioè la differenza  $q_A - q_B$ .

In particolare, le verticali passanti per due punti, distanti fra loro meno di 100 metri, possono essere considerate parallele e la superficie del geode può essere approssimata da un piano ad essa tangente; il dislivello può allora essere così schematizzato (vedi figura 4).

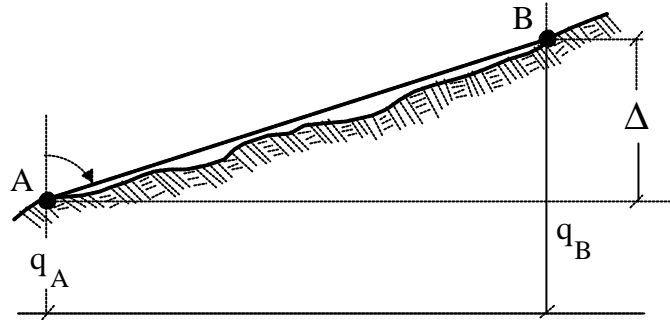


figura 4

### 1.3 Distanze.

In Topografia sono oggetto di misura le distanze reali intese come segmenti congiungenti in linea retta i punti in esame (vedi figura 5).

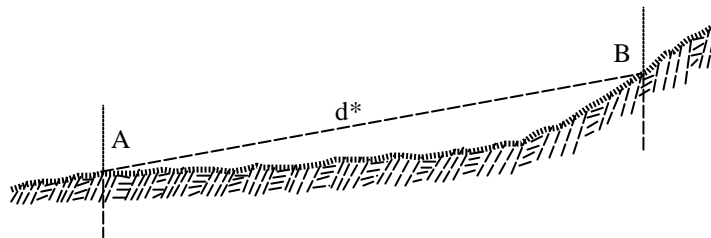


figura 5

Per convenzione vengono indicate con  $d^*$ ; con la sola dizione *distanza* ( $d$ ) si indica invece la distanza topografica, che verrà più avanti definita.

### 1.4 Strumenti con cui si effettuano le misure

Tutte le operazioni topografiche hanno come scopo la misura delle classi di grandezze che abbiamo appena esaminato.

Gli strumenti adottati per queste operazioni saranno:

- il *teodolite*, per la misura di angoli azimutali e zenitali;
- il *livello*, per la misura delle differenze di quota;
- il *distanziometro elettronico*, per la misura diretta delle distanze.

Il teodolite ed il livello potranno essere inoltre usati anche per la misura indiretta di distanze brevi ( $< 100$  m) che debbano essere determinate con scarsa precisione ( $10^{-3}$ ).

## 2 La materializzazione dei punti.

Nel definire le grandezze che sono oggetto di misure da parte del topografo, abbiamo fatto riferimento, in modo generico, a *punti* A, B, C .... del terreno; occorre chiarire come questi punti, là considerati come astrazioni geometriche, siano materializzati nella realtà.

Prendiamo in considerazione, a questo scopo, la misura di un angolo azimutale; la misura verrà eseguita mettendosi con uno strumento, il teodolite, sul punto A e osservando, mediante il cannocchiale topografico, che fa parte del teodolite, gli altri due punti B e C. Il punto A sul quale ci si mette con lo strumento, si chiama *punto di stazione*, mentre i punti B e C sono i *punti collimati*. Il punto di stazione può essere costituito da una borchia metallica infissa nella pavimentazione stradale (vedi figura 6-1), da un cilindretto di metallo cementato in una piccola gettata di calcestruzzo (vedi figura 6-2.), dall'incrocio di due tratti disegnati sulla testa di un picchetto (vedi figura 6-3.), da una borchia cementata in un piccolo pilastro di cemento armato (vedi figura 6-4.), da un punto non materializzato di proposito ma ben individuabile, come ad esempio l'incrocio di due assi stradali (vedi figura 6-5.).

I punti collimati possono essere materializzati in due modi:

- punti di strutture artificiali esistenti (punta di un campanile, spigolo di una casa, un punto caratteristico di un edificio, ecc.);
- punti del tipo di quelli su cui si fa stazione e che vengono resi visibili da lontano con opportuni segnali (vedi paragrafo 8.3.).

*Per fare un esempio, una traduzione in termini reali dello schema in figura 1 potrebbe essere la seguente (figura 7.): il punto A è materializzato da una borchia infissa in un pilastro; il punto B è la punta di un campanile ed il punto C è un picchetto in legno sul quale è stato posto un segnale.*

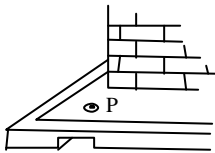


figura 6-1

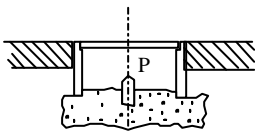


figura 6-2

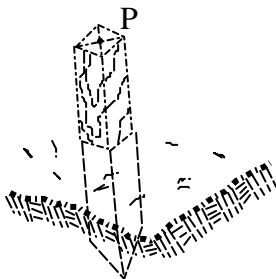


figura 6-3

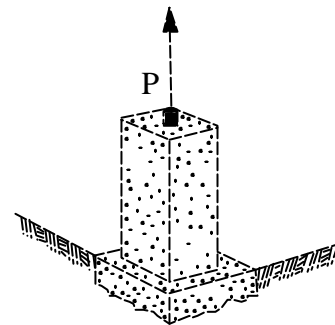


figura 6-4

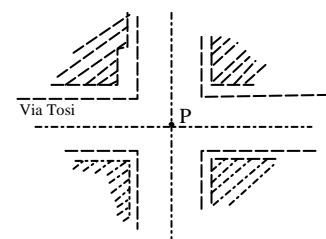


figura 6-5

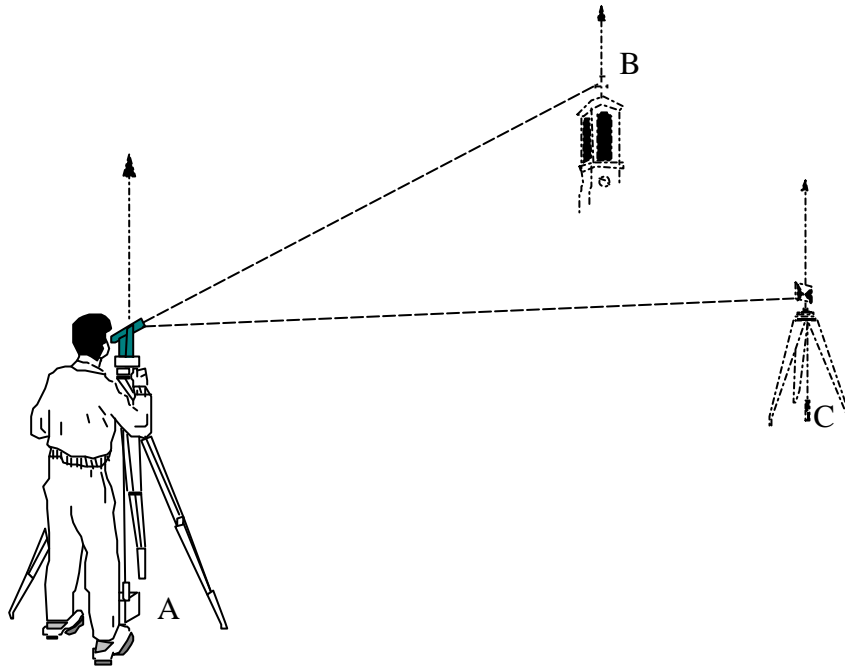


figura 7

### 3 Il treppiede.

#### 3.1 Struttura.

Come vedremo in seguito, per misurare angoli e distanze occorre mettersi con lo strumento di misura su uno dei punti che definiscono l'angolo o la distanza; così pure occorrerà mettere un segnale per rendere visibile da lontano gli altri punti, qualora questi non lo siano già; ad esempio, nel caso della figura 7, il punto B è visibile di per sé, mentre sul punto C occorrerà mettere un segnale, ossia un qualcosa che lo renda visibile da lontano (le caratteristiche del segnale saranno descritte al paragrafo 8.3.).



figura 8

Per sostenere lo strumento di misura ed i segnali si usa il treppiede (vedi figura 8); esso è formato da tre *gambe* allungabili che sono incernierate ad una piastra che chiameremo *piastra di appoggio*; vista dall'alto la piastra ha una forma di triangolo ad angoli smussati (figura 9)

con foro centrale; nella figura le tre forme oblunghe tratteggiate indicano l'attacco a cerniera delle tre gambe del treppiede. Nel foro centrale passa una grossa vite, detta *vitone*; mediante il vitone si fissa al treppiede un dispositivo intermedio tra il treppiede stesso e lo strumento (o il segnale), che si chiama *basetta*.

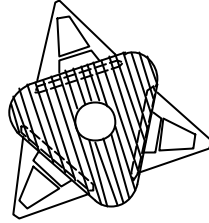


figura 9

### 3.2 Modo d'impiego.

Quando si vuole effettuare una misura, la prima operazione da fare è quella di mettere il treppiede *in stazione* sul punto; il che vuol dire posizionare il treppiede in modo che il centro del foro della piastra di appoggio sia approssimativamente sulla verticale passante per il punto e la piastra sia approssimativamente orizzontale; questa operazione sebbene sembri facile, in realtà non lo è, perché quando si lavora in campagna su terreno accidentato, e non su strada asfaltata e piana, le irregolarità del terreno stesso e la presenza di vegetazione richiedono alle gambe del treppiede lunghezze diverse e posizioni strane (figura 10).

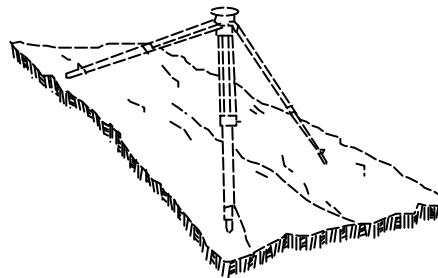


figura 10

Per raggiungere lo scopo bisogna pertanto sfruttare il fatto che le gambe del treppiede sono a lunghezza variabile, indipendenti l'una dall'altra; per verificare che la posizione della piastra d'appoggio sia abbastanza centrata sul punto si potrà usare un filo a piombo (figura 11) mentre per mettere approssimativamente orizzontale la piastra d'appoggio si potrà usare una comune livella da muratore (figura 12).

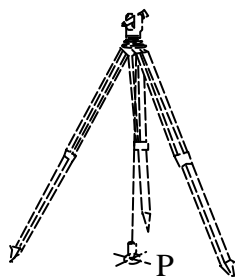


figura 11

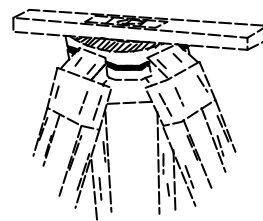


figura12

### 3.3 Possibilità di posizione eccentrica del vitone.

Il vitone non è fisso al centro della piastra d'appoggio, ma può scorrere in una specie di collare oblungo fatto come illustrato in figura 13, il quale è incernierato ad una estremità sotto la piastra di appoggio.

Facendo ruotare il collare (freccette a, b della figura 13) e facendo traslare il vitone nel collare (freccette c, d della figura 13) si può portare il vitone qualsiasi punto del foro centrale della piastra (vedi figura 14).

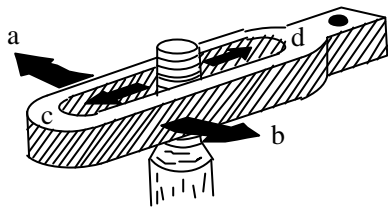


figura 13

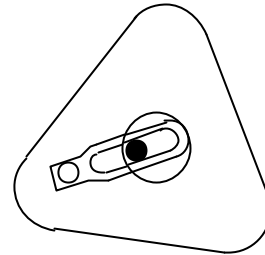


figura 14

Questo speciale attacco del vitone alla piastra di appoggio del treppiede, permette di posizionare la basetta sulla piastra d'appoggio in modo che il centro C della basetta stia sul punto di stazione anche se il centro K della piastra di appoggio non è esattamente nel punto di stazione (figura 15).

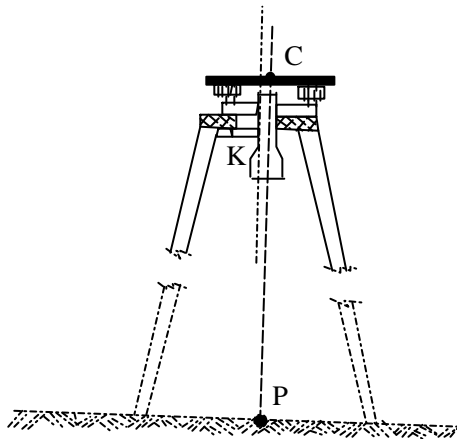


figura 15

Quanto detto in questo paragrafo può essere per ora un po' oscuro, quindi si consiglia di ritornare su questo punto dopo aver visto la parte che segue sino al punto 5.4. compreso.

E' importante aver capito che non è possibile posizionare il treppiede sul punto di stazione P in modo che:

- il centro del foro della piastra d'appoggio sia esattamente sulla verticale per P;
- la piastra d'appoggio sia perfettamente orizzontale.

## 4 Il cannocchiale topografico.

### 4.1 Struttura.

Abbiamo visto che, nel definire gli angoli (azimutali e zenitali) e le distanze, abbiamo preso in considerazione la retta che congiunge dei punti del terreno; le operazioni di misura delle grandezze esaminate al punto 1 implicano, come vedremo in seguito, che *la retta che congiunge idealmente i punti venga opportunamente materializzata*.

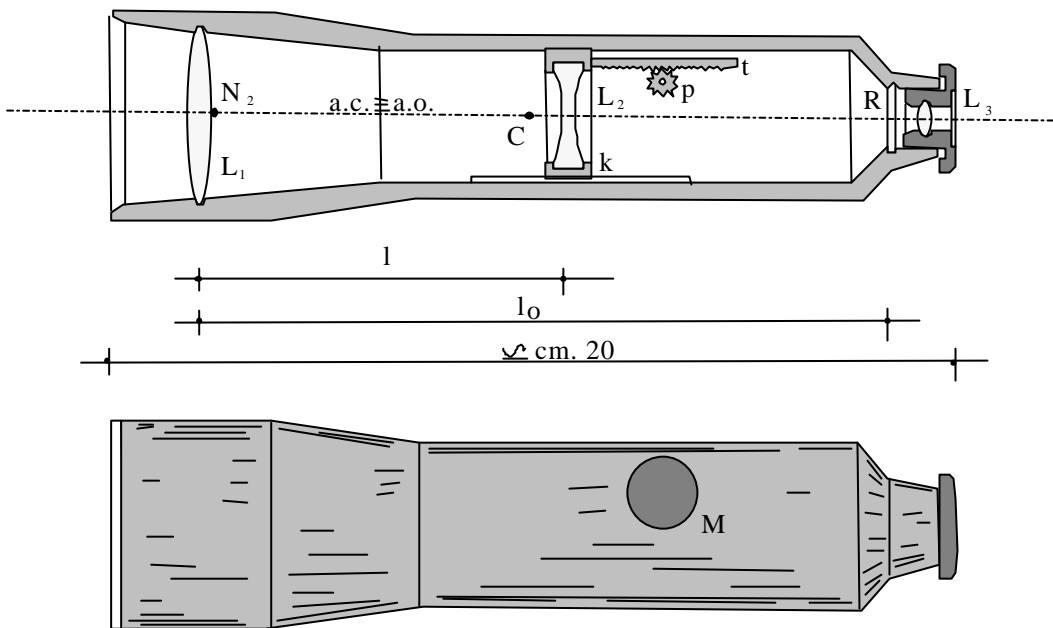


figura 16

Questa funzione viene svolta dal cannocchiale di cui tutti gli strumenti topografici sono dotati.

Il cannocchiale topografico è composto (vedi figura 16):

- da un corpo metallico tubolare;
- da una lente obbiettivo  $L_1$ , che è in genere una lente convergente;
- da una lente interna  $L_2$ , che è in genere una lente divergente;
- da un reticolo R che è una lastrina di vetro con sopra incisa una crocetta;
- da una lente oculare  $L_3$ , che è in genere una lente convergente.

Le lenti  $L_1$  e  $L_2$  sono delimitate da superfici sferiche i cui centri  $C_i$  devono essere tutti allineati su una retta (figura 17).

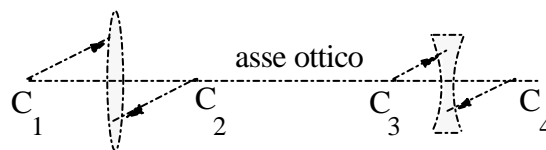


figura 17

Questa retta si chiama *asse ottico* del cannocchiale.

La condizione suddetta deve essere realizzata in sede di montaggio delle lenti nel cannocchiale. Si chiama invece *asse di collimazione* la retta che congiunge il centro della lente obbiettiva, con il centro del reticolo (figura 18).



figura 18

Nel cannocchiale l'asse ottico e l'asse di collimazione devono essere coincidenti; questa condizione viene realizzata nel momento del montaggio del reticolo nel cannocchiale.

La distanza  $l_0$  tra la lente  $L_1$  ed il reticolo è fissa; invece la distanza tra la lente  $L_1$  e la lente  $L_2$  è variabile perché la lente  $L_2$  può essere traslata lungo l'asse ottico ruotando il bottone M esterno al cannocchiale.

Ruotando il bottone M si fa ruotare il pignoncino  $p$ , il quale fa traslare la cremagliera  $t$ , che è un unico pezzo con il collare K in cui è inserita la lente  $L_2$ .

La meccanica interna del cannocchiale, cioè l'insieme manopola M-pignoncino  $p$ -collare K-cremagliera  $t$ , deve essere molto curata poiché bisogna che, al traslare della lente  $L_2$ , l'asse di collimazione resti coincidente con l'asse ottico.

D'ora in avanti, quando parleremo degli strumenti topografici, supporremo che sia sempre verificata la condizione di coincidenza tra asse ottico del cannocchiale e asse di collimazione per qualsiasi posizione della lente  $L_2$ .

## 4.2 Funzionamento.

### 4.2.1 Funzione del reticolo.

Collimare un punto P con il cannocchiale significa puntare il cannocchiale sul punto P in modo che esso si trovi sull'asse ottico del cannocchiale (figura 19).

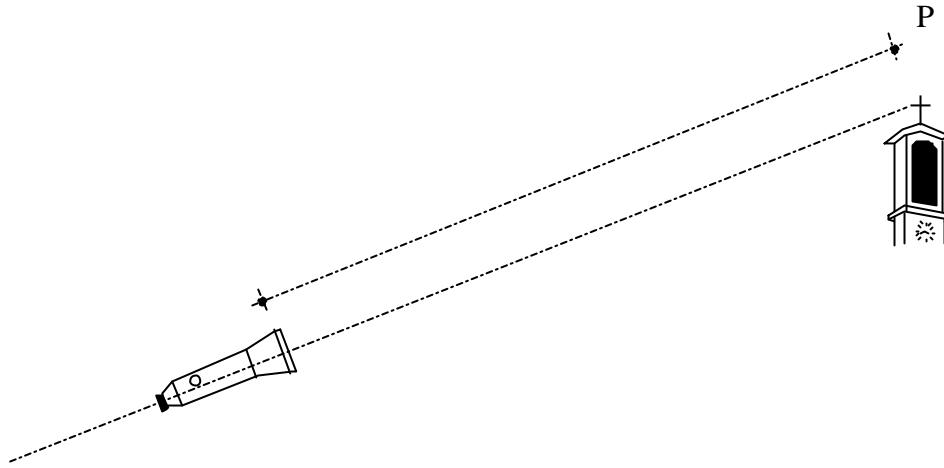


figura 19

Poiché l'asse ottico coincide con l'asse di collimazione, la condizione di cui sopra è verificata quando il puntamento viene effettuato in modo che l'immagine del punto P si formi sul reticolo, proprio in coincidenza dell'incrocio dei due tratti che formano il reticolo stesso (figura 20).

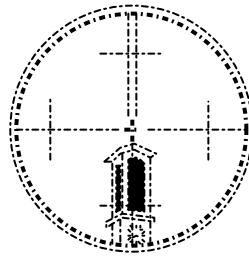


figura 20

Per poter collimare un punto P occorre quindi fare una prima operazione che consiste nel far formare l'immagine del punto sul piano del reticolo (figura 21) e poi posizionare il cannocchiale in modo che il punto P risulti coincidente con l'incrocio del reticolo stesso.

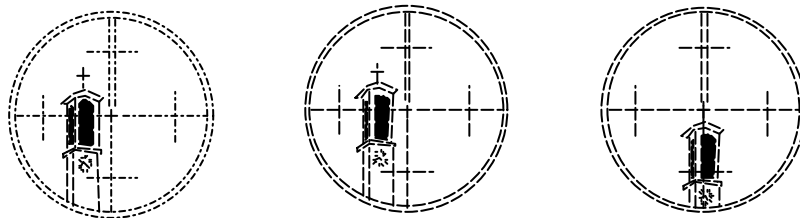


figura 21

#### 4.2.2 Funzione della lente interna.

Se ci fosse solo la lente  $L_1$  (figura 22) di focale  $f_1$ , l'immagine di un punto P, alla distanza  $D$  dalla lente, si formerebbe nello spazio immagine ad una distanza  $d$  dalla lente data dalla relazione:

$$d = \frac{f_1 \cdot D}{D - f_1} \quad 4.2.2.(1)$$

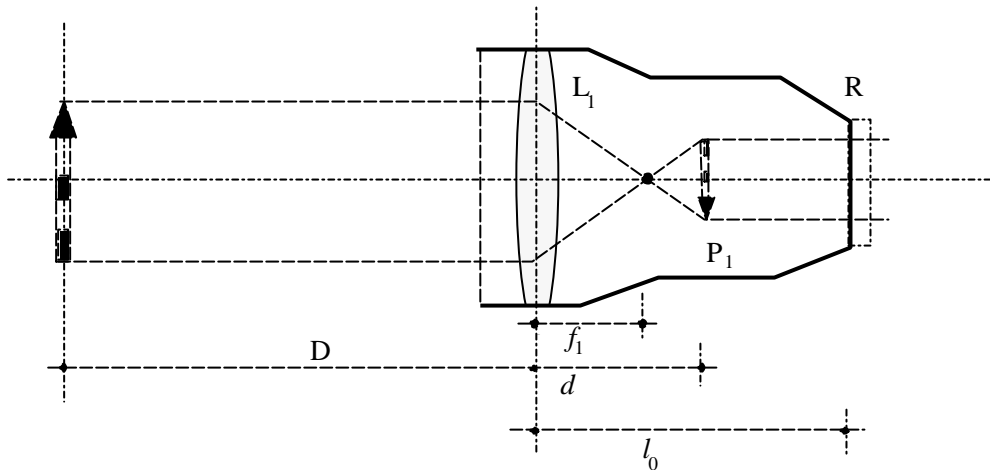


figura 22

In generale  $d$  risulterebbe diversa da  $l_0$  e quindi l'immagine di P non si formerebbe sul reticolo R.

La funzione della lente  $L_2$  è proprio quella di ottenere questo risultato, cioè di far formare l'immagine di P sul piano del reticolo; infatti l'insieme delle due lenti  $L_1$  ed  $L_2$  costituisce un sistema ottico la cui focale risultante è data dalla relazione:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l} \quad 4.2.2.(2)$$

essendo  $f_2$  la focale di  $L_2$  ed  $l$  la distanza tra le due lenti (figura 16); variando la distanza  $l$  si può quindi variare il valore di  $f$ .

Pertanto, considerando l'insieme delle due lenti  $L_1$  ed  $L_2$ , può essere resa uguale a  $l_0$  la distanza  $d$ , dalla prima lente  $L_1$  dell'immagine di un punto P posto alla distanza  $D$ .

Ciò avviene facendo variare opportunamente la distanza  $l$  tra le due lenti sino a che si realizza la condizione:

$$d = l_0 = \frac{\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l} D}{D - \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}} \quad 4.2.2.(3)$$

La relazione 4.2.2.(3) è stata ottenuta introducendo la 4.2.2.(2) nella 4.2.2.(1).

#### 4.2.3 Funzioni della lente oculare.

La lente oculare ( $L_3$  in figura 16) serve come lente d'ingrandimento, per vedere ingranditi sia l'immagine che si forma sul reticolo, sia il reticolo stesso, in modo da poter fare la collimazione con la necessaria accuratezza.

Se la lente  $L_3$  è divergente, oltre ad ingrandire l'immagine, la capovolge; poiché l'insieme delle due lenti  $L_1$  ed  $L_2$  dà sul piano del reticolo un'immagine capovolta, osservando quest'ultima attraverso l'oculare, che la capovolge a sua volta, la si vede diritta.

La lente  $L_3$  può essere leggermente avvicinata (allontanata) al reticolo mediante avvvitamento (o svitamento), in modo da sopperire ad eventuali difetti di vista dell'operatore; il movimento della lente oculare non è critico, come quello della lente interna  $L_2$ , perché la lente  $L_3$  non viene coinvolta nel procedimento di formazione dell'immagine sul reticolo; essa inoltre non concorre a definire né l'asse ottico, né l'asse di collimazione e non può pertanto influenzare il posizionamento dell'immagine di un punto, rispetto ad essi.

#### 4.2.4 Semplificazioni introdotte nelle spiegazioni date in questo paragrafo.

In realtà nei cannocchiali topografici non esistono solo le lenti  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$ , ma ciascuna di esse è formata da un pacchetto di lenti al fine di correggere le aberrazioni.

Inoltre il raddrizzamento dell'immagine viene generalmente realizzato con un sistema di prismi posto tra la lente  $L_2$  ed il reticolo.

#### 4.2.5 Posizione del primo fuoco nel cannocchiale topografico.

Quando consideriamo una lente semplice, i due fuochi della lente stanno dalle parti opposte di essa; uno nello spazio oggetto e uno nello spazio immagine (figura 23).

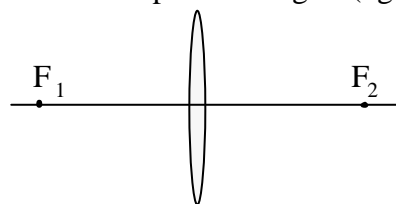


figura 23

Nel cannocchiale topografico invece il sistema ottico costituito dalle lenti  $L_1$  ed  $L_2$  viene progettato in modo che il primo fuoco  $F_1$  del sistema cada all'interno del cannocchiale stesso (figura 24).

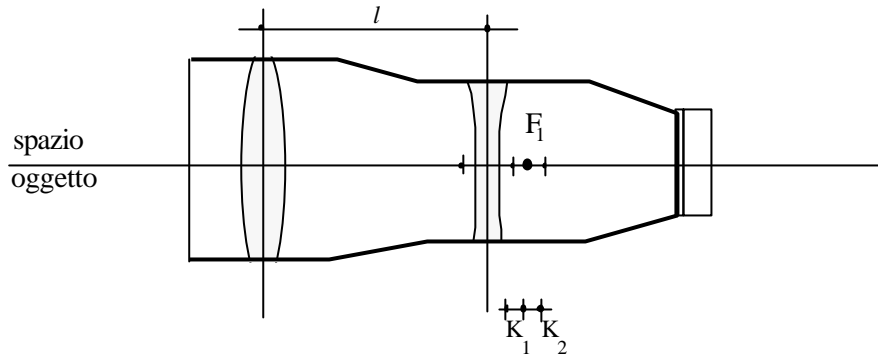


figura 24

Poiché la focale  $f$  del sistema varia con la distanza  $l$  tra le due lenti, anche la posizione del primo fuoco non è costante, ma varierà in un intervallo  $K_1 \div K_2$  la cui ampiezza è dell'ordine di  $1 \div 2$  mm.

Vedremo in seguito che, per poter dare al cannocchiale delle rotazioni azimutali e zenitali, nei tre tipi di strumenti topografici che prendiamo in considerazione (teodoliti, livelli, distanziometri), esso sarà montato su un asse rotante  $m$  (vedi figura 25), sostenuto da un supporto  $U$  che è a sua volta sorretto da un basamento  $B$ ; il supporto  $U$  può ruotare intorno ad un asse  $r$ .

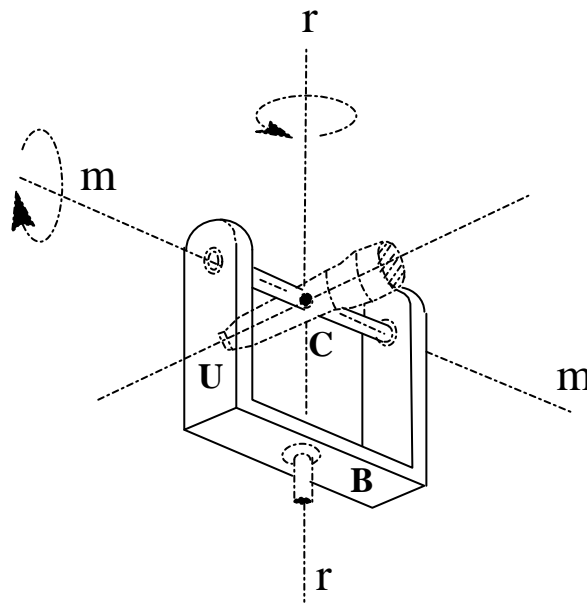


figura 25

L'asse di rotazione  $r$  è detto *asse primario*; l'asse  $m$  è detto *asse secondario*.

L'asse  $m$  e l'asse  $r$  dovranno essere complanari ed ortogonali; il cannocchiale dovrà essere montato nello strumento in modo che l'asse di collimazione passi per un punto  $C$ , intersezione dei due assi  $m$  ed  $r$ , che viene detto *centro dello strumento*.

Il sistema di lenti  $L_1$  ed  $L_2$  viene progettato in modo che l'intervallo  $K_1 \div K_2$  in cui può cadere il suo primo fuoco  $F$  sia centrato sul punto  $C$ , intersezione dei tre assi.

## 5 La basetta.

### 5.1 Struttura.

Come abbiamo già detto la basetta è un dispositivo che deve essere interposto tra il treppiede e lo strumento (o il segnale); essa si compone di tre parti (vedi figura 26):

- una piastra di base b;
- una piastra basculante b';
- tre viti calanti, che uniscono la piastra basculante alla piastra di base.

La piastra di base viene fissata per mezzo del vitone alla piastra di appoggio del treppiede come si vede in figura 5.1.-1 che rappresenta la sezione frontale della figura 27.

Le viti calanti hanno la funzione di permettere il basculamento rispetto alla piastra di base.

La piastra basculante ha la funzione di fare da supporto o allo strumento di misura, o al segnale.

Nella piastra basculante ci sono tre fori (vedi figura 28) nei quali vanno ad infilarsi i tre piedini di cui sono muniti gli strumenti di misura ed i segnali. Si chiama centro della basetta il centro del cerchio ideale passante per i centri dei tre alloggiamenti.

Nella figura 29 si vede, in sezione, come sono fatte le viti calanti e come funzionano; si vede cioè che la testa della vite è prigioniera nella piastra di base.

Quando si ruota la vite mediante l'apposito anello zigrinato, si provoca (a seconda del senso di rotazione) l'allontanamento o l'avvicinamento della parte della piastra basculante che contiene la testa filettata, dalla parte della piastra di base che contiene la testa.

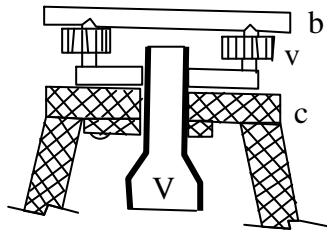


figura 26

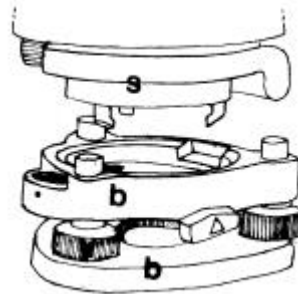


figura 28

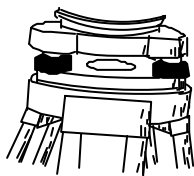


figura 27

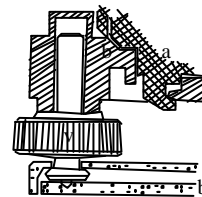


figura 29

## 5.2 *Uso delle viti calanti per rendere verticale un asse.*

Per capire come vengono usate le viti calanti schematizziamo la basetta come in figura 30.

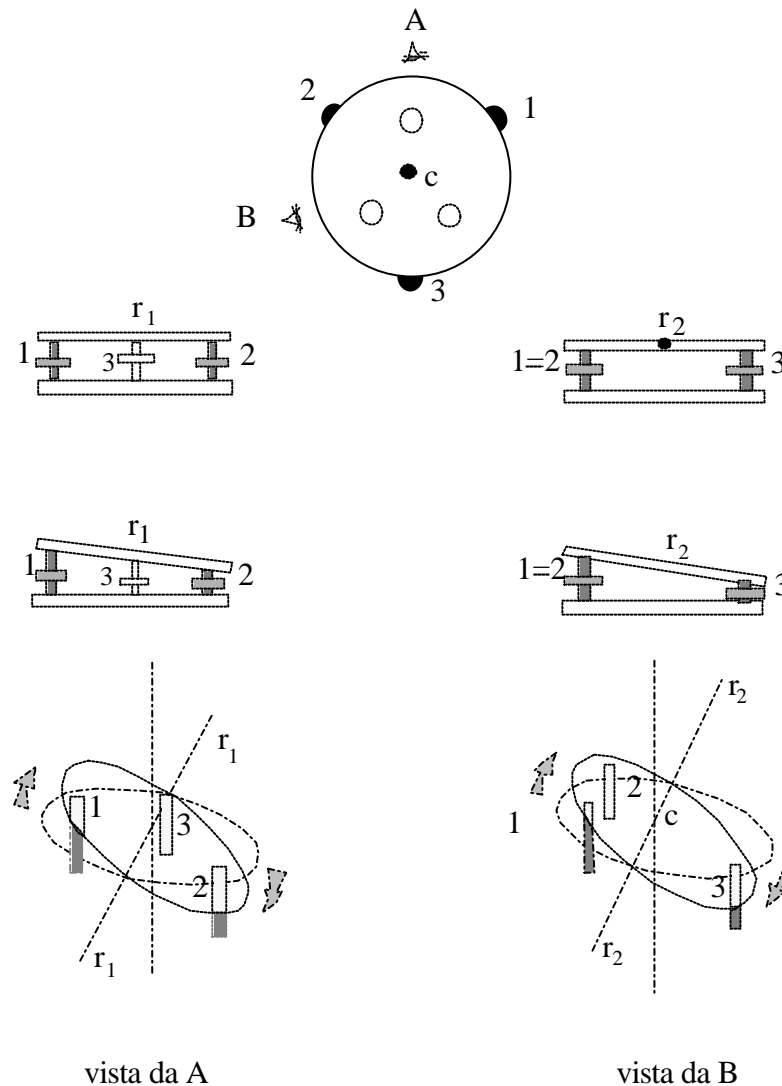


figura 30

Nella figura si vede come ruotando le viti 1 e 2 in senso contrario, si può far ruotare la piastra basculante intorno ad un asse ideale  $r_1$  che congiunge il centro della basetta con la vite 3; mentre ruotando la vite 3 in un senso e le viti 1 e 2 nello stesso senso si può far ruotare la piastra basculante intorno ad un asse ideale  $r_2$  che è ortogonale al precedente e passa per il centro della basetta.

Supponiamo ora che sulla piastra basculante sia stata innestata una piastra circolare munita di piedini (vedi figura 31) alla quale sia stata saldata ortogonalmente un'asta. Supponiamo che inizialmente questa asta sia verticale. Ripetendo il ragionamento appena fatto si vede che, con la rotazione in senso opposto delle viti 1 e 2, l'asta R può essere fatta ruotare nel piano  $\pi_2$  di un generico angolo  $v_2$  (vedi figura 32);

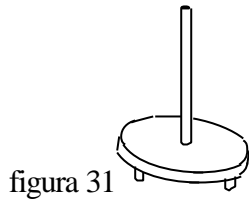


figura 31

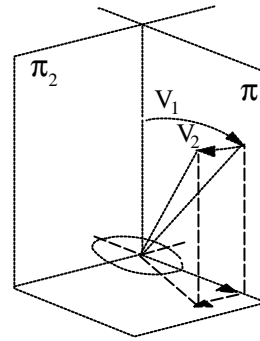


figura 32

quindi con la rotazione della vite 3 si può far ruotare l'asta nel piano  $\pi_1$  di un generico angolo  $v_1$ .

A questo punto l'asta non sarà più verticale, ma formerà con la verticale un generico angolo  $v$ .

Facciamo ora il ragionamento inverso: se con le viti calanti posso rimuovere l'asta dalla sua posizione di verticalità, con le viti calanti posso anche riportare l'asta nella posizione di verticalità quando essa non è verticale. Ed è proprio per questo che noi, come vedremo, useremo le viti calanti; sarà però necessario disporre anche dell'ausilio di una livella torica o sferica, come vedremo al punto 6.

### 5.3 Intercambiabilità tra teodolite e segnale.

Abbiamo già detto che nella piastra basculante ci sono tre alloggiamenti, cioè tre fori, nei quali si infilano e rimangono prigionieri per mezzo di un apposito dispositivo, comandato da una levetta, i tre piedini del teodolite (o del segnale).

Il teodolite ed il segnale sono fatti in modo che possano essere fissati al treppiede con lo stesso tipo di basetta; ossia si possono mettere sulla stessa basetta dapprima il teodolite, successivamente, dopo aver rimosso lo strumento, il segnale. Al punto 8.4. riprenderemo in esame questo argomento che per le operazioni topografiche di precisione è molto importante.

### 5.4 Piombino ottico.

Nella basetta, e precisamente nella piastra basculante, esiste un dispositivo, che si chiama piombino ottico, che serve per centrare la basetta sul punto di stazione (figura 33). Il piombino ottico è formato da un piccolo cannocchiale, costituito da una lente obbiettivo, da un reticolo e da un oculare; il cannocchiale è *a fuoco fisso*, cioè la distanza tra la lente obbiettivo ed il reticolo è invariabile; non c'è bisogno di lente interna perché la distanza del terreno dalla basetta è all'incirca sempre uguale (1.20-1.30 m) e quindi la distanza alla quale va posto il reticolo dalla lente può essere fissata una volta per tutte. L'oculare, come nel cannocchiale topografico, serve a vedere ingrandita l'immagine sul reticolo.

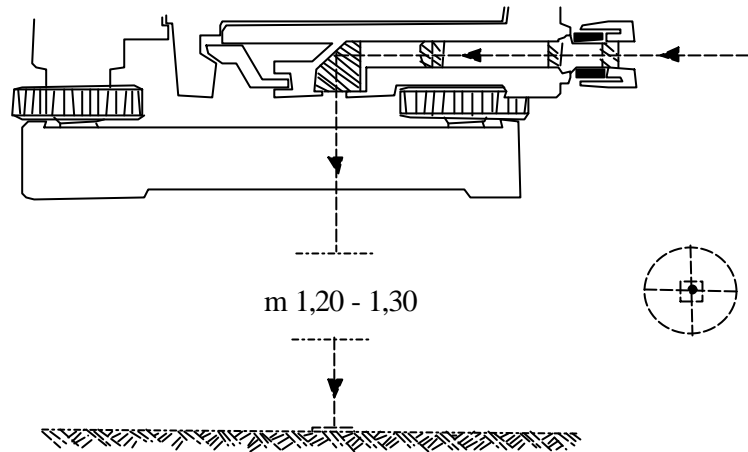


figura 33

Davanti alla lente obbiettivo c'è un prisma che rimanda in senso orizzontale le immagini che provengono dal basso verso l'alto lungo la verticale.

Il piombino ottico è montato e tarato in modo tale che quando il centro C della basetta si trova sulla verticale passante per il punto P, il punto P risulta collimato sul reticolo, ossia l'immagine P' di P si trova in corrispondenza dell'incrocio dei tratti del reticolo.

A questo punto risulta chiaro perché al paragrafo 3 abbiamo detto che il vitone che fissa la basetta al treppiede deve essere cavo; attraverso ad esso deve esserci la visuale libera per centrare, con il piombino ottico, la basetta sul punto di stazione.

## 6. Le livelle e il loro impiego.

### 6.1. La livella torica.

La livella torica è costituita da una fiala cilindrica di vetro la cui parte superiore è internamente lavorata a forma di superficie torica. È una superficie torica quella generata dalla rotazione di un cerchio C intorno ad un centro O (figura 34).

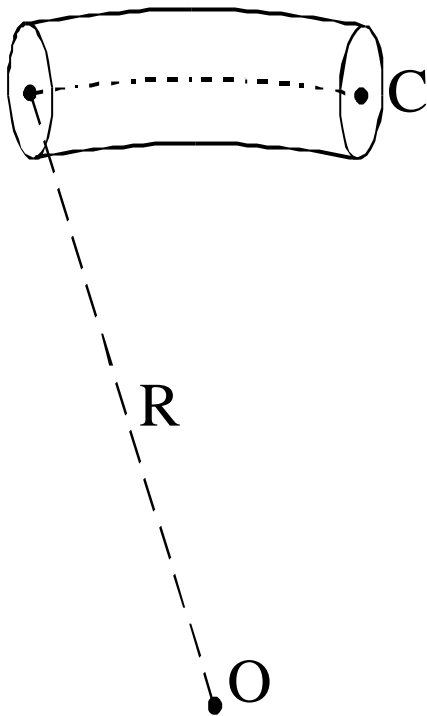


figura 34

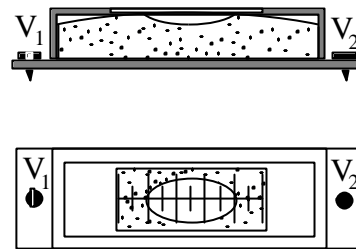


figura 35

La fiala è inserita in una custodia metallica che viene fissata agli strumenti mediante due viti  $V_1$  e  $V_2$  (vedi figura 35). Sulla parte superiore della fiala è incisa una graduazione a tratti, distanziati di 2 mm, simmetrica rispetto ad uno zero centrale. La tangente  $t$  al punto centrale della graduazione si chiama *tangente centrale della livella* (t.c.).

La fiala contiene un liquido abbastanza volatile (ad esempio alcool) che è in parte allo stato gassoso e quindi forma una bolla.

Consideriamo la sezione mediana della livella (figura 36): la risultante  $F$  delle forze  $f$  che agiscono sulla superficie di separazione tra la parte liquida e quella gassosa è diretta secondo la verticale passante per  $k$ , punto intermedio tra gli estremi  $A$  e  $B$  della bolla.

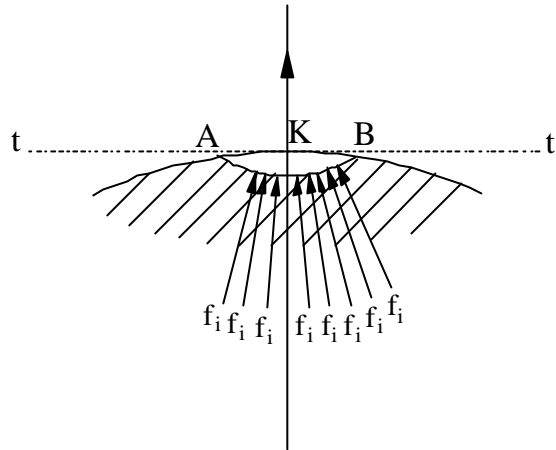


figura 36

La tangente  $t$  alla sezione circolare nel punto  $k$  è ortogonale alla direzione della forza  $F$  è quindi orizzontale.

Pertanto quando si vuole disporre orizzontale la tangente centrale (t.c.) di una livella, occorre posizionare la livella stessa in modo che la bolla si disponga con le estremità equidistanti dal punto zero della graduazione (figura 37).

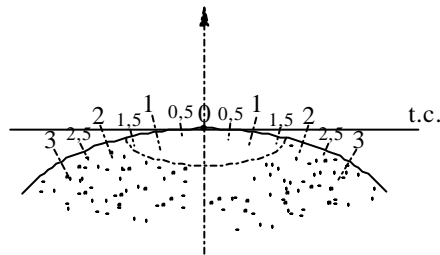


figura 37

## 6.2 Sensibilità della livella torica.

Si chiama *sensibilità* di una livella l'angolo, espresso in secondi sessagesimali, che sottende un tratto di graduazione (figura 38); la sensibilità si esprime pertanto come secondi/millimetri.

Una livella consente una maggior accuratezza nel disporre gli assi verticali ed orizzontali, quanto più è sensibile. Una livella torica molto buona, che si usa cioè in strumenti di elevata precisione, deve avere una sensibilità variabile tra  $10''/2$  mm e  $20''/2$  mm.

Si noti che nella figura 38 il raggio  $R$  della sezione meridiana della livella è puramente indicativo; infatti in una livella con sensibilità di  $10''/mm$  il raggio  $R$  vale 40 metri.

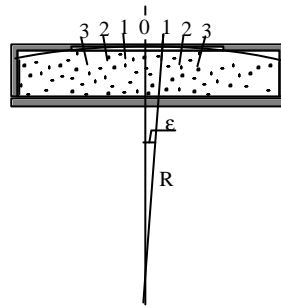


figura 38

Per avere un'idea di cosa significhi costruire una livella da  $10''/2$  mm calcoliamo quale è lo scostamento della tangente centrale della sezione circolare della superficie torica dopo 10 tratti di graduazione; se  $\epsilon = 10''$ , l'angolo corrispondente a 10 tratti vale  $100''$  (vedi figura 39); l'angolo  $\delta$  varrà:

$$\delta = \epsilon / 2 = 50''$$

d sarà quindi dato da:  $d = 50'' \cdot 20 \text{ mm} = \frac{50''}{200.000} 20.000 = 5 \mu\text{m}$

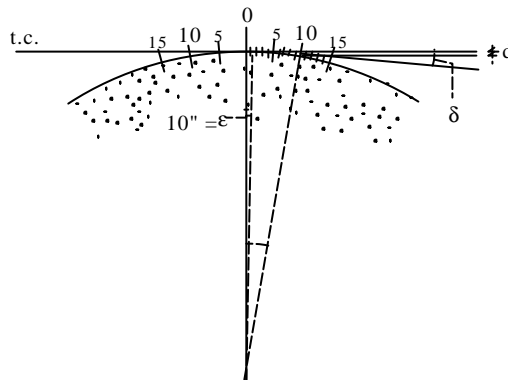


figura 39

### 6.3 Funzione della livella torica negli strumenti topografici.

La livella torica può essere usata per rendere orizzontale o verticale un asse.

#### 6.3.1 Livella torica usata per rendere orizzontale un'asse.

Consideriamo il dispositivo D della figura 40.

Esso consiste in una piastra P sulla quale è fissata la sbarretta S che porta una linea di traguardo materializzata dalle due crocette  $C_1$  e  $C_2$ .

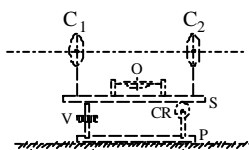


figura 40

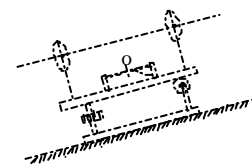


figura 41

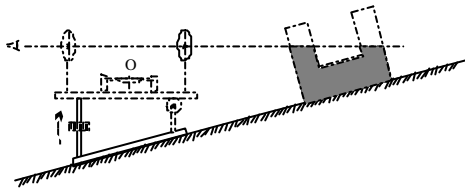


figura 42

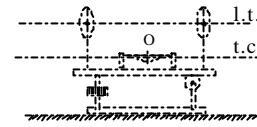


figura 43

La sbarretta S è vincolata alla piastra P da una vite calante V e da una cerniera CR; ruotando la vite calante, la sbarretta S ruota attorno al centro O della cerniera CR.

Si vuole poter disporre la linea di traguardo secondo l'orizzontale anche quando la piastra P è appoggiata su un piano non orizzontale (vedi figura 41).

Si procede così: si prende il dispositivo D e si fa in modo di rendere orizzontale la linea di traguardo; ad esempio traguardando, attraverso i centri  $C_1$  e  $C_2$  delle crocette, il pelo libero di un liquido in due vasi comunicanti (vedi figura 42).

A questo punto si prende una livella torica e, senza muovere il dispositivo, la si avvita sulla sbarretta S in modo che la bolla risulti centrata; ossia con la t.c. orizzontale (vedi figura 43).

Ora, tutte le volte che vorremo rendere orizzontale la linea di traguardo, non dovremo far altro che centrare la livella mediante la vite calante; però la linea di traguardo sarà orizzontale soltanto se si sarà mantenuta la condizione di parallelismo tra la t.c. della livella e la linea di traguardo, cioè la linea ideale che unisce i centri dei due crocicchi.

### 6.3.2 Livella torica usata per rendere verticale un asse.

Si consideri quanto rappresentato in figura 44 . Vediamo una basetta fissata sulla piastra di un treppiede; nella figura la piastra di appoggio del treppiede è stata disegnata volutamente non orizzontale.

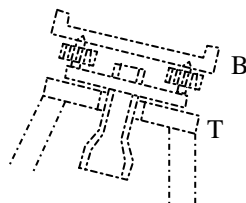


figura 44

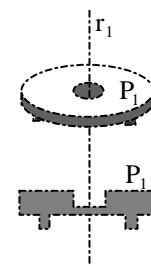


figura 45

Prendiamo ora in considerazione il pezzo cilindrico  $P_1$  munito di piedini (figura 46) che si può incastrare nella basetta; il pezzo  $P_1$  ha una cavità cilindrica di diametro  $\varphi_1$  che può ricevere un perno cilindrico.

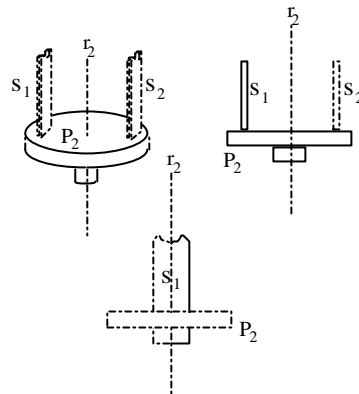


figura 46

Consideriamo il pezzo  $P_2$  (figura 46) costituito da una piastra a disco che inferiormente è dotata di un perno cilindrico di diametro  $\varphi_2$  e superiormente di due supporti verticali (questi ultimi non interessano ai fini del discorso che stiamo facendo; spiegheremo nella *nota 1*, in fondo al paragrafo, perché li prendiamo in considerazione).

Inseriamo il pezzo  $P_1$  nella basetta ed il pezzo  $P_2$  nel pezzo  $P_1$  (figura 47).

Ora facciamo la seguente ipotesi: che  $\varphi_1$  differisca così poco da  $\varphi_2$  che si possano considerare i due pezzi privi di gioco, pur potendo il pezzo  $P_2$  ruotare in  $P_1$ ; potremo allora considerare i due assi  $r_1$  e  $r_2$  coincidenti in un unico asse  $r$ .

Si vuole rendere verticale l'asse  $r$  tutte le volte che è necessario, indipendentemente dall'assetto della piastra di appoggio del treppiede.

Per far questo si prende il pezzo  $P_2$  e si va in officina; qui lo si dispone con l'asse  $r_2$  verticale; ciò può essere fatto, ad esempio, verificando che i punti su una stessa generatrice del perno siano equidistanti da un filo verticale ed eseguendo questa operazione in due piani ortogonali (figura 48).

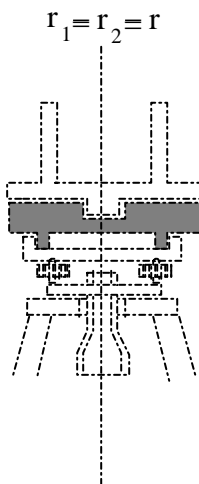


figura 47

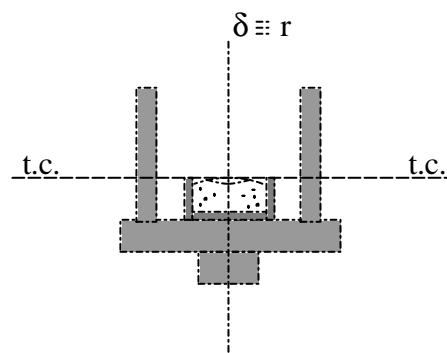


figura 49

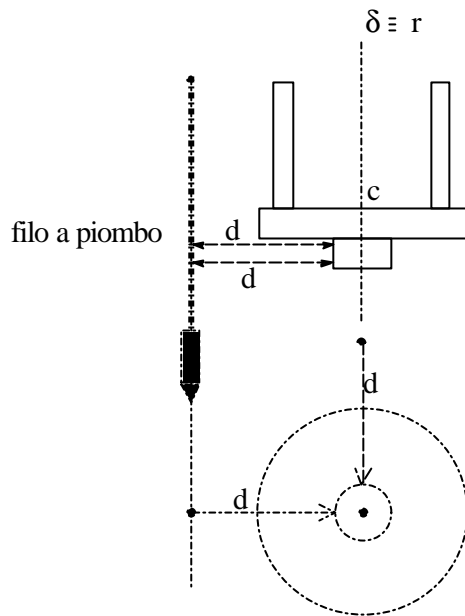


figura 48

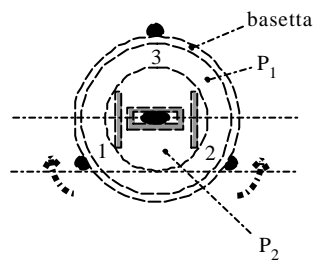


figura 50

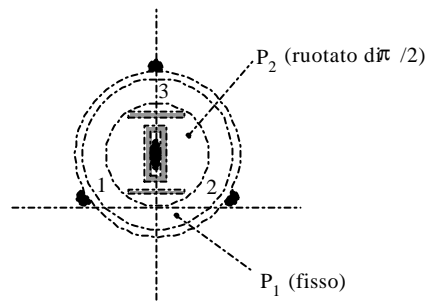


figura 51

A questo punto, senza ovviamente muovere il pezzo, che deve essere bloccato in questa posizione, si fissa sulla faccia superiore del disco una livella torica e la si avvita in modo che la tangente centrale della livella risulti orizzontale, e cioè in modo che la bolla sia centrata (vedi figura 49).

In questo modo abbiamo realizzato la seguente condizione di rettifica: *la tangente centrale della livella è ortogonale all'asse  $r_2$  del perno cilindrico del pezzo  $P_2$ .*

Ora possiamo rinfilare il pezzo  $P_2$  nel pezzo  $P_1$  e agire come detto al paragrafo 5.2.:

- ruoteremo cioè  $P_2$  in  $P_1$  sino a che la livella sarà parallela a due viti calanti, ad esempio la 1 e la 2 in figura 50;
- ruotando le due viti calanti in senso contrario centreremo la livella, portando così l'asse  $r$  a giacere in un piano verticale passante per la terza vite;
- ruotiamo allora il pezzo  $P_2$  in  $P_1$  sino a che la livella si disponga lungo la congiungente il centro della basetta con la vite 3 (vedi figura 51); notiamo che con questa ultima operazione non spostiamo l'asse  $r$ , poiché ruotiamo il pezzo  $P_2$  intorno ad  $r$  che sta fermo;
- a questo punto ricentriamo la livella con la vite 3; abbiamo così reso verticale l'asse  $r$ , scomponendo idealmente la sua deviazione  $v$  dalla verticale in due componenti  $v_1$  e  $v_2$  su due piani tra loro ortogonali ed eliminando  $v_1$  con la rotazione delle viti 1 e 2 e  $v_2$  con la rotazione della vite 3.

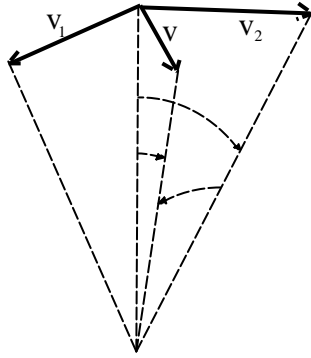


figura 52

nota 1: i pezzi  $P_1$  e  $P_2$  sono simili, anche se molto semplificati, a due pezzi fondamentali del teodolite la cui struttura è già stata introdotta al punto 4.2.5. (figura 25); il pezzo  $P_1$  rappresenta cioè il basamento  $B$  e il pezzo  $P_2$  rappresenta la parte ruotante  $U$  che sostiene l'asse di rotazione  $m$  del cannocchiale: il pezzo  $P_2$ , che nel teodolite si chiama *alidada*, è stato preso con la forma che ha, proprio per evidenziare che sui due supporti  $S_1$  ed  $S_2$  si appoggerà il perno di rotazione del cannocchiale (figura 53).

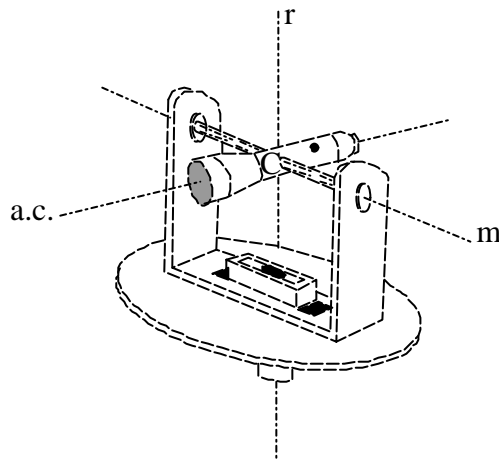


figura 53

I tre assi  $r$ ,  $m$  e  $a.c.$  si incontrano in un punto  $C$  detto centro dello strumento.

Allora quale è la finalità vera del discorso che abbiamo fatto in questo paragrafo ?

La finalità è la seguente: *per mezzo della livella torica posta sull'alidada, è possibile rendere verticale l'asse del basamento sul quale l'alidada ruota e quindi anche l'asse di rotazione dell'alidada stessa; l'asse  $r$  viene fatto coincidere cioè con la verticale  $v$  passante per il punto di stazione e materializza lo spigolo degli angoli azimutali, oppure la direzione di riferimento, nella misura degli angoli zenitali* (figura 4).

nota 2: *errore residuo di verticalità.*

Si è detto che, con l'uso della livella torica e delle viti calanti, è possibile rendere verticale un asse. In realtà questa affermazione non è esatta. Infatti non si riesce

mai a rendere perfettamente verticale un asse a causa degli inevitabili giochi meccanici degli strumenti e del fatto che, anche usando livelle molto sensibili, non si riesce ad agire sulle viti calanti con un'abilità manuale che sfrutti in pieno la sensibilità della livella.

Vi è sempre quindi, quando si mette verticale un asse con la prassi illustrata, un *errore residuo di verticalità* la cui influenza sui risultati della misura dovrà essere minimizzata con opportuni accorgimenti.

### 6.3.3 Uso combinato di due livelle toriche.

Abbiamo visto che per rendere verticale un asse con la livella torica occorre (figura 54):

- disporre la livella torica parallelamente a due viti calanti e centrarla;
- ruotare l'elemento ruotante di  $\pi/2$  disponendo la livella torica in posizione ortogonale alla precedente;
- ricentrare la livella torica.

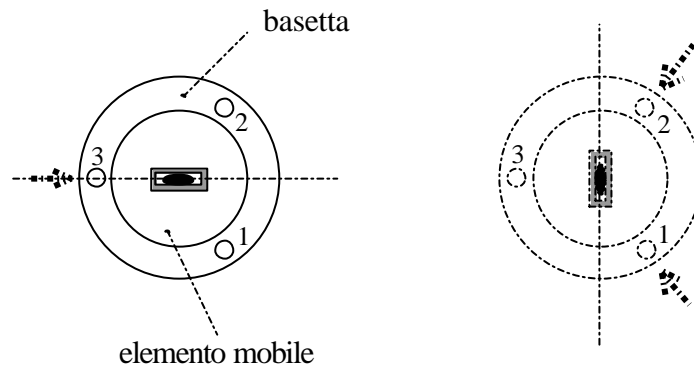


figura 54

Non occorrerebbe ruotare l'elemento mobile se su di esso ci fossero due livelle toriche tra loro ortogonali, anziché una sola (vedi figura 55); in tal caso sarebbe infatti sufficiente disporre una livella parallela a due viti calanti; l'altra livella sarebbe automaticamente disposta secondo una parallela alla congiungente la terza vite con il centro del perno ruotante. Sarebbe allora sufficiente centrare la livella a con le rotazioni delle viti 1 e 2, e, senza ruotare nulla, centrare la livella b con la rotazione della vite 3.

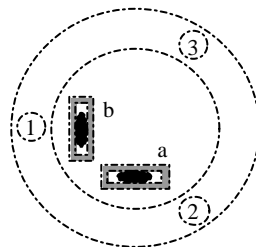


figura 55

Abbiamo accennato a questo possibile uso delle due livelle toriche non perché sia importante in sé, ma per questi motivi:

- per cercare di dare un ulteriore chiarimento sull'impiego della livella torica usata per rendere verticale un asse;
- perché, quando nel successivo paragrafo parleremo della livella sferica, se ne comprenderà meglio il funzionamento immaginandola come l'insieme di due livelle toriche ortogonali;
- perché in effetti su alcuni strumenti si trovano ancora due livelle toriche; negli strumenti moderni tuttavia c'è un'unica livella torica.

#### 6.3.4 Livella torica a coincidenza.

Abbiamo visto che per *centrare* la bolla nella livella torica a graduazione, occorre far assumere alle due estremità della bolla una posizione simmetrica rispetto allo zero centrale della graduazione; poiché nella generalità dei casi la bolla non ha lunghezza uguale ad un numero intero e pari di unità di graduazione, il centramento viene effettuato stimando che i due tratti siano uguali (vedi figura 56). Per evitare questa operazione di stima, è stato realizzato un tipo di livella per la quale il centramento avviene in modo completamente diverso.

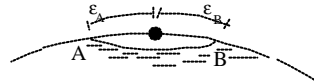


figura 56

Innanzitutto la livella non ha graduazione; sopra di essa vi è un telaietto (vedi figura 57) che porta alle due estremità due prismi; i due prismi sono messi in modo da raccogliere solo la metà dell'immagine delle due estremità della bolla; le due immagini delle due metà della bolla vengono portate ad un oculare nel quale le si vedono accostate. Facendo scorrere il telaietto avanti ed indietro lungo la direzione indicata dalla doppia freccia, si può trovare una posizione in cui si vedono le due estremità della bolla coincidenti, come se si trattasse di un'unica estremità della bolla. L'operazione di giudicare che le due estremità sono in coincidenza viene fatta con precisione molto superiore all'operazione di stima di uguaglianza dei tratti.

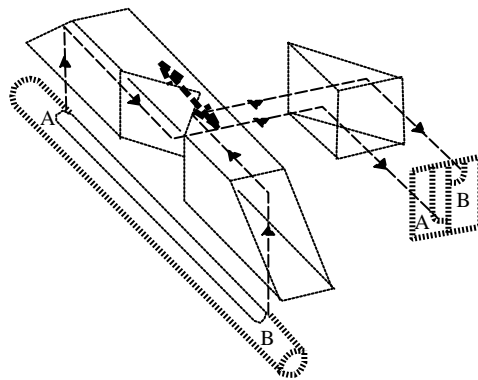


figura 57

Per tarare una livella a coincidenza in modo che con essa si possa disporre orizzontale un asse, si procede come segue. Prendiamo in considerazione il caso relativo al dispositivo illustrato in figura 58; come là spiegato si dispone orizzontale l'asse di collimazione, poi si prende la livella a coincidenza e la si fissa sullo strumento; quindi si fa scorrere il telaietto con i due prismi sino a che, nell'apposito oculare, le due estremità appaiono coincidenti; a questo punto si fissa

rigidamente il telaietto sulla livella; così facendo si realizza questa condizione: *che l'asse di collimazione dello strumento è orizzontale e le due estremità della bolla sono coincidenti.*

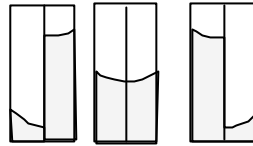


figura 58

Allora ogni volta che si vorrà disporre orizzontale l'asse di collimazione sarà sufficiente posizionare lo strumento in modo che le due estremità della bolla risultino coincidenti.

Gli strumenti che richiedono la miglior precisione possibile nel disporre orizzontalmente l'asse di collimazione sono i livelli, pertanto, in essi, viene usata la livella a coincidenza.

*Nota:* nella livella torica a coincidenza risulta diversa la definizione di tangente centrale della livella; in quella a graduazione si era detto infatti che la tangente centrale della livella è la tangente al punto centrale della graduazione; nella livella a coincidenza la graduazione non c'è, quindi la definizione di tangente centrale diventa la seguente: *la tangente centrale delle livelle a coincidenza è la tangente al punto di mezzo della bolla quando le due estremità della bolla compaiono coincidenti nel dispositivo di osservazione.*

## 7 La livella sferica.

### 7.1 Struttura.

La livella sferica è costituita da un piccolo tronco di cilindro di vetro del diametro di circa 2 cm con la faccia inferiore piana e quella superiore a forma di calotta sferica (vedi figura 59); sulla calottina sferica è inciso un cerchietto.

La livella sferica, come quella torica, è piena, ma non completamente, di un liquido volatile; c'è quindi anche qui una bolla costituita da parte del liquido volatilizzato. La bolla è di dimensioni tali che può essere inscritta nel cerchietto inciso sulla calottina sferica.

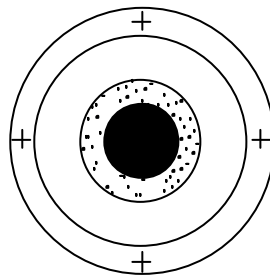


figura 59

La sensibilità della livella sferica è molto inferiore a quella delle livelle toriche; essa è in genere compresa tra  $4\frac{1}{2}$  mm e  $8\frac{1}{2}$  mm, ed è quindi 40-50 volte meno sensibile di una livella torica.

Essa viene quindi impiegata quando si possono tollerare errori residui di verticalità dell'ordine di 10'.

Diciamo che una livella sferica è *centrata* quando la bolla è inscritta nel cerchietto inciso sulla calottina sferica; in questa condizione il piano tangente alla calotta sferica nel punto centrale O del cerchietto è orizzontale e la normale n in O al piano tangente è verticale (vedi figura 60).

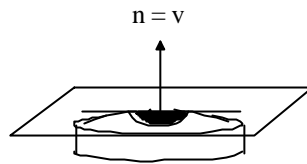


figura 60

## 7.2 Uso della livella sferica per rendere verticale un asse.

Prendiamo in considerazione una basetta ed una livella torica; appoggiamo la livella torica sulla basetta come indicato in figura 61.

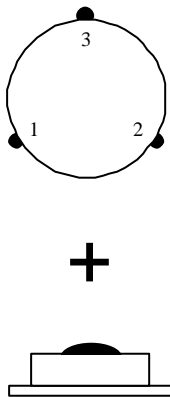


figura 61



figura 62

Ruotando in senso opposto le viti 1 e 2 possiamo far spostare la bolla nella livella; ma se ruotiamo la vite 3 non possiamo provocare nessuno spostamento della bolla. E viceversa se poniamo la livella sulla basetta come in figura 62 potremo far spostare la bolla nella livella torica solo con rotazioni della vite 3, e con rotazioni congiunte della 1 e della 2.

Immaginiamo invece ora di appoggiare sulla basetta una livella sferica C (vedi figura 63); supponiamo che essa risulti centrata. Noi vediamo che ruotando la vite 3 possiamo far spostare la bolla nel senso di avvicinarla o allontanarla dalla vite stessa (vedi figura 64) a seconda del senso in cui ruotiamo la vite calante.

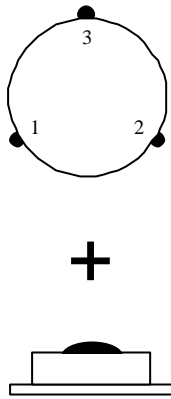


figura 63

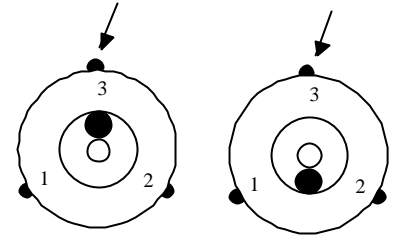
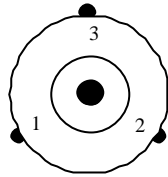


figura 64

Se invece ruotiamo le viti 1 e 2 possiamo portare la bolla o verso sinistra o verso destra (facendo riferimento al disegno di figura 65).

Combinando la rotazione della vite 3 con le rotazioni delle viti 1 e 2 possiamo portare la bolla in una qualsiasi posizione (vedi figura 66).

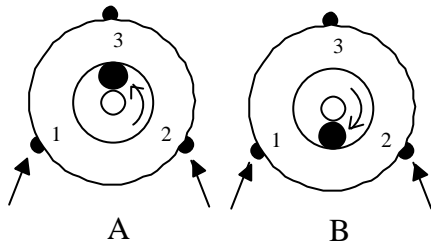


figura 65

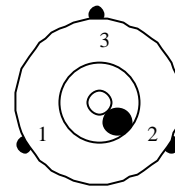


figura 66

Facciamo allora il ragionamento inverso e cioè: se, partendo con la livella centrata, è possibile portare la bolla in una qualsiasi posizione mediante la rotazione della vite 3 e delle viti 1 e 2, ciò vuol dire che quando la livella non è centrata, cioè la bolla è in una posizione generica, possiamo centrare la livella, ossia portare la bolla ad essere inscritta nel cerchietto, ruotando opportunamente la vite 3 e le viti 1 e 2.

Vediamo ora cosa vuol dire l'*opportunamente* inserito nella frase precedente.

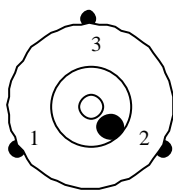


figura 67

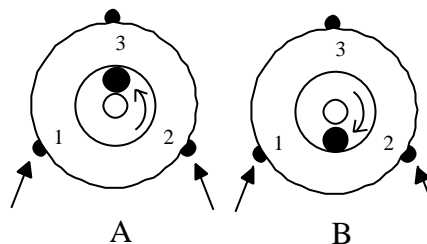


figura 68

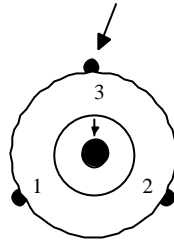


figura 69

Quando la bolla si trova in una posizione generica (vedi figura 67), per centrarla bisogna operare come se ci fossero sulla basetta due livelle toriche ortogonali tra di loro, e cioè: con la rotazione combinata delle due viti 1 e 2 si porta la bolla in una posizione per la quale si trovi allineata con il centro del cerchietto inciso sulla calottina sferica (posizione a o b di figura 68).

Poi, con la rotazione della vite 3, si porta la bolla nel centro della calotta (vedi figura 69).

Notiamo che per centrare la livella *non* occorre ruotare la basetta, cosa che sarebbe inoltre impossibile fare perché la basetta è fissata con il vitone al treppiede.

## 8 La funzione della basetta.

### 8.1 La basetta munita di livella sferica.

Per quanto viene esposto e trattato in queste dispense, possiamo dire che la livella sferica viene utilizzata in due applicazioni, e cioè:

- unita alla basetta;
- unita alle stadie;

(per ora non sappiamo ancora cosa siano le stadie; vedremo quindi più avanti questa seconda applicazione).

Prima di prendere in considerazione la prima applicazione facciamo un riepilogo su come è fatta la basetta; completando quello che è stato detto al punto 5.1. la basetta è composta da (vedi figura 70):

- una piastra di base;
- una piastra basculante;
- tre viti calanti;
- una livella sferica;
- un piombino ottico.

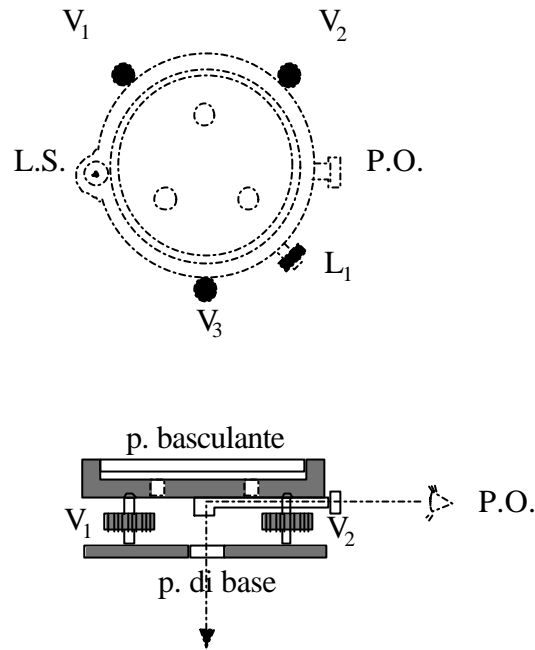


figura 70

Ciò detto, vediamo la funzione della livella sferica della basetta in due casi: quando sulla basetta si mette uno strumento topografico e quando ci si mette un segnale.

## 8.2 La basetta usata come supporto di uno strumento topografico.

Quando la basetta è usata come supporto di uno strumento topografico, la funzione della livella sferica è quella di dare un assetto alla piastra basculante della basetta tale per cui, quando si mette lo strumento topografico su di essa, l'asse primario di rotazione (vedi figure 25 e 52) si trovi in posizione prossima alla verticale.

Pertanto, per montare in maniera corretta la livella sferica nella basetta, bisogna seguire un procedimento del tipo di quello descritto al punto 6.3.2.: e cioè una volta che è stato reso verticale l'asse  $r$  dell'insieme dei due pezzi  $P_1$  e  $P_2$ , si unisce la livella sferica alla basetta in modo che la bolla sia nel centro del cerchietto inciso sulla sommità della calottina sferica della livella (vedi figura 71). L'operatore topografico, dopo aver fissato la basetta al treppiede, centrerà la livella sferica della basetta; in tal modo quando innesterà su di essa lo strumento topografico, questo risulterà avere l'asse di rotazione primario  $r$ , molto prossimo alla verticale; con la livella torica posta sull'alidada, seguendo il procedimento descritto in 6.3.2., l'operatore migliorerà quindi l'assetto di verticalità dell'asse  $r$ , sino a lasciare solo l'inevitabile errore residuo di verticalità (vedi nota 2 al punto 6.3.2.).

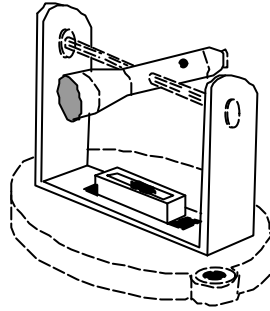


figura 71

L'ordine di grandezza dell'accuratezza che si può conseguire nel mettere verticale l'asse  $r$  è il seguente:

- con la livella sferica della basetta: circa 5';
- con la livella torica sull'alidada dello strumento: circa 5" - 10".

### 8.3 La basetta usata come supporto di un segnale.

Occorre innanzitutto spiegare come è formato un segnale, del quale abbiamo già ricordato la funzione al paragrafo 2.

Il segnale è costituito da una piastra metallica sottile di forma rettangolare o quadrata ben collimabile, avente un asse di simmetria  $s$ ; ad esempio un segnale come quello riprodotto in figura 72 soddisfa al requisito detto perché il centro  $O$  del segnale si collima agevolmente mettendo il tratto orizzontale del reticolo in corrispondenza dei vertici dei due triangoli piccoli, ed il filo verticale in corrispondenza del vertice del triangolo grande (vedi figura 73).

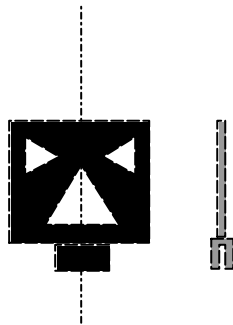


figura 72

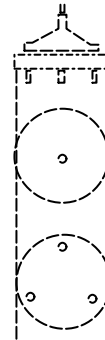


figura 74

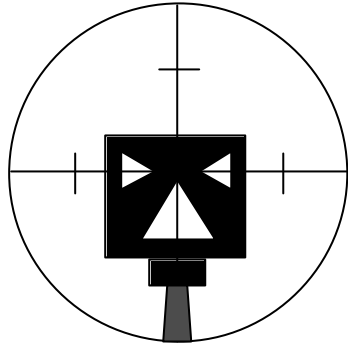


figura 73

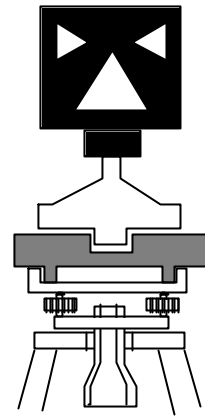


figura 75

Sul lato inferiore del segnale è saldato un alloggiamento cilindrico che permette di infilare il segnale su un supporto del tipo di quello rappresentato in figura 74; questo supporto ha tre piedini mediante i quali può essere inscritto in una basetta e termina, nella parte superiore, con un perno cilindrico sul quale viene inserito il segnale mediante l'apposito alloggiamento cilindrico saldato al suo lato inferiore (vedi figura 75).

Quando il segnale è montato sul supporto, l'asse di simmetria  $s$  del segnale coincide con l'asse  $t$  del perno cilindrico terminale del supporto; inserendo quindi il supporto con il segnale sulla basetta, è possibile rendere verticale l'asse di simmetria del segnale mediante le viti calanti e la livella sferica della basetta (vedi figura 75).

#### 8.4 Intercambiabilità tra strumento topografico e segnale.

Il fatto che il segnale sia realizzato come è stato descritto al precedente punto 8.3., permette di sostituire il segnale a uno strumento topografico messo in stazione su un punto, con una approssimazione elevata, cioè con un *errore inferiore al decimo di millimetro*.

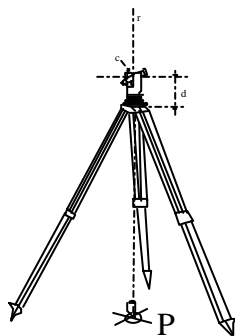


figura 76

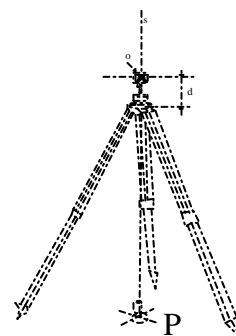


figura 77

L'operatore, infatti, dopo aver messo in stazione lo strumento topografico su un punto P ed aver eseguito le misure necessarie (vedi figura 76), può togliere lo strumento dalla basetta ed inserire su di essa un segnale; l'asse di simmetria  $s$  del segnale passerà anch'esso sulla verticale passante per il punto P; inoltre il topografo usa strumenti topografici e segnali costruiti da una stessa Casa Costruttrice di strumenti, la quale ha cura di dimensionare il supporto del segnale stesso, in modo che la distanza  $d$  dal punto O del segnale dal piano d'appoggio della piastra basculante della basetta (vedi figura 77), sia uguale a quella del centro dello strumento C sempre dal piano di appoggio della basetta.

(Per la definizione di centro dello strumento si veda al punto 4.2.5. ed alla nota 1 del punto 6.3.2.).

Questa intercambiabilità tra strumento e segnale viene indicata con l'espressione *centramento forzato*, che significa appunto la possibilità di *centrarsi* su un punto alternativamente con strumento e segnale, con elevata precisione.

Vedremo in seguito le operazioni topografiche che devono venire eseguite applicando il centramento forzato.

## 9 Il teodolite.

### 9.1 Premessa.

Con il teodolite può venire effettuata la misura diretta di angoli azimutali e zenitali.

Consideriamo la figura 78:

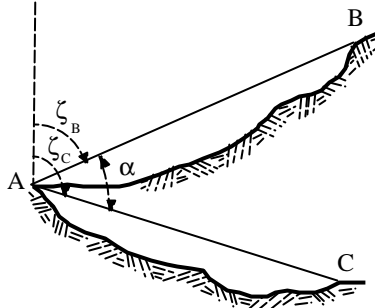


figura 78

l'angolo azimutale  $\alpha$  è individuato dalle congiungenti A-B, A-C;

l'angolo zenitale  $\zeta_B$  è individuato dalla verticale  $v_A$  e dalla congiungente A-B;

l'angolo zenitale  $\zeta_C$  è individuato dalla verticale  $v_A$  e dalla congiungente A-C.

La misura di tali angoli è possibile con uno strumento che possieda

- organi che consentano la materializzazione degli angoli stessi, materializzando le rette che li definiscono,
- e organi di misura degli angoli materializzati.

Vedremo nei paragrafi successivi attraverso quali organi avvenga nel teodolite la materializzazione e la misura degli angoli azimutali e zenitali.

### 9.2 Descrizione dello strumento.

Il teodolite, nella sua struttura è visibile alla figura 80. Esso presenta inferiormente un basamento munito di tre piedini che vanno ad inserirsi in una basetta solidale al terreno mediante un treppiede (vedi figura 79).

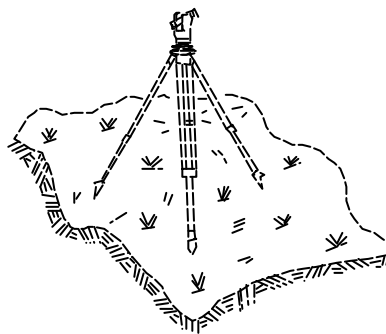


figura 79

Il basamento presenta internamente una cavità cilindrica detta *collare*; l'asse del collare viene detto *asse primario* del teodolite.

Nel collare si innesta il perno dell'*alidada*, dispositivo a due bracci che ruota intorno all'asse primario. I due bracci dell'alidada portano le sedi di un perno che sostiene un cannocchiale topografico del tipo descritto al capitolo 4. La congiungente le due sedi, che materializza l'asse intorno al quale ruota il cannocchiale, è l'*asse secondario* del teodolite. Sull'alidada è montata una livella torica che viene usata per rendere verticale l'asse primario.

Quando infatti si dispone lo strumento in stazione sul punto A, collimandolo con il piombino ottico (vedi paragrafo 5.4.), l'asse primario viene a trovarsi in una posizione del tutto generica; agendo sulle viti calanti secondo la prassi operativa descritta al paragrafo 6.3.2. sarà possibile correggere la deviazione della verticale dell'asse primario che potrà quindi essere considerato la materializzazione della retta  $v_A$  (vedi figura 78).

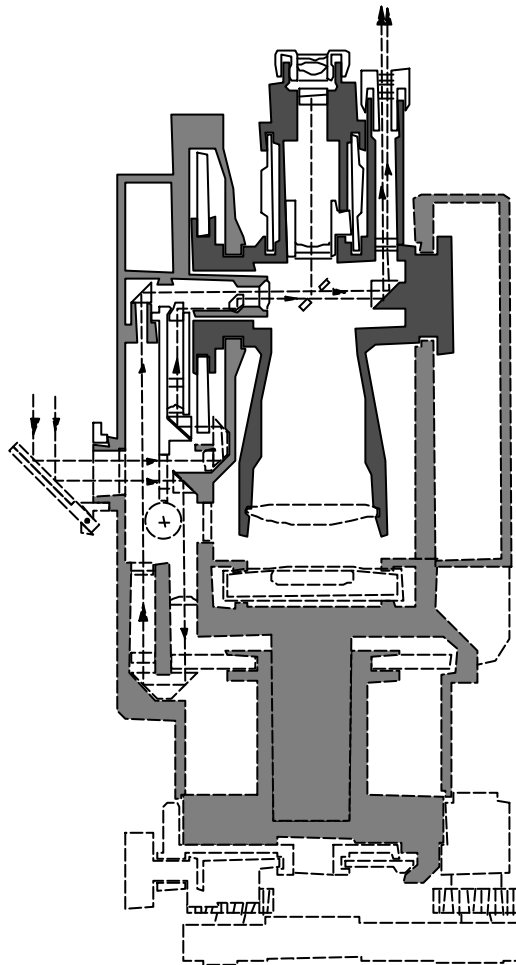


figura 80

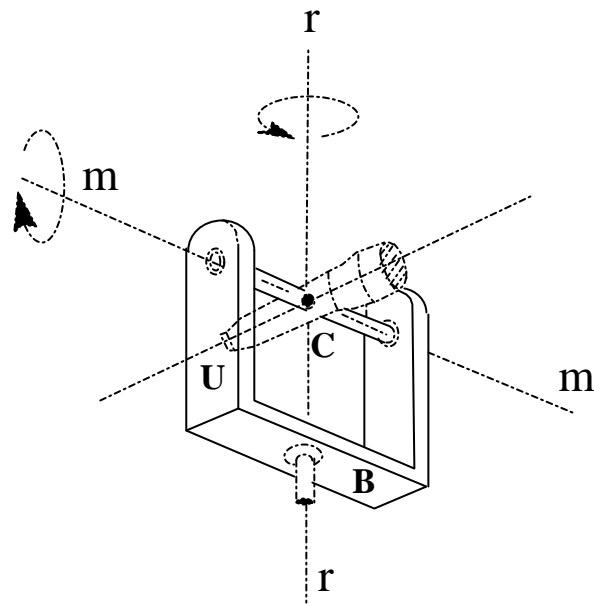


figura 81

Lo strumento può dunque essere schematizzato come in figura secondo tre assi:

- r *asse primario*, reso verticale, intorno al quale ruota l'alidada;
- m *asse secondario*, perpendicolare ad r, orizzontale, intorno al quale ruota il cannocchiale.  
*L'asse primario e l'asse secondario sono di tipo meccanico.*
- a.o. *asse terziario, di tipo ottico*. È l'asse del cannocchiale stesso, è solidale con le rotazioni degli altri due assi e può avere rotazioni indipendenti nel piano verticale.

Sono stati esaminati a questo punto gli organi che consentono la materializzazione degli angoli azimutali e zenitali.

Abbiamo visto infatti come si possa far coincidere l'asse primario dello strumento con la verticale per il punto di stazione A e come le rette congiungenti A-B e A-C siano, ad ogni collimazione, coincidenti con l'asse terziario.

Occorre ora descrivere quali organi del teodolite consentano la misura degli angoli materializzati.

### 9.3 Misura degli angoli azimutali.

Come si vede in figura 80, calettato sul collare del basamento c'è un cerchio graduato; in fase di lettura un indice montato sull'alidada segnerà un valore del cerchio. Supponendo quindi di aver collimato il punto B, ad asse primario perfettamente verticale, l'indice di lettura, solidale con l'alidada, definirà, sul cerchio graduato, un certo valore  $l_1$ ; collimiamo ora il punto C mediante rotazioni dell'alidada intorno all'asse primario e del cannocchiale intorno al secondario: leggeremo sul cerchio  $l_2$ .

L'angolo azimutale sarà allora:

$$\alpha = l_2 - l_1$$

Questo vale però solo in condizioni di rettifica dello strumento, quando cioè gli assi sono fra loro ortogonali e il centro della graduazione del cerchio coincide con la traccia dell'asse primario sul piano di rotazione dell'alidada.

#### **9.4 Misura degli angoli zenitali.**

Innastato sullo stesso perno che porta il cannocchiale e solidale ad esso, c'è un secondo cerchio graduato il cui centro coincide con la traccia dell'asse secondario; l'indice di lettura è solidale con l'alidada. Se è realizzata la condizione che, a cannocchiale perfettamente verticale l'indice segni zero, in fase di collimazione, quando cioè ruoteremo il cannocchiale per mirare il punto B, potremo leggere sul cerchio l'angolo di cui il cannocchiale è dovuto ruotare per portarsi dalla verticale per A sulla congiungente A-B, che è appunto l'angolo zenitale.

#### **9.5 Condizioni di rettifica del teodolite.**

Esaminiamo ora le condizioni che devono essere verificate perché si possa realizzare con il teodolite lo schema di misura di angoli azimutali e zenitali precedentemente esaminato.

##### *Condizioni intrinseche dello strumento.*

Le condizioni di rettifica intrinseche dello strumento sono le seguenti

1. Si ipotizza che l'asse del perno dell'alidada coincida con il centro del collare (asse primario).
2. L'asse primario, intorno al quale ruota il perno dell'alidada deve essere ortogonale all'asse secondario, intorno al quale ruota il cannocchiale.
3. L'asse di collimazione del cannocchiale (asse terziario) deve a sua volta essere ortogonale all'asse secondario.
4. I tre assi strumentali devono intersecarsi in uno stesso punto che viene definito centro dello strumento.
5. Il centro della graduazione del cerchio orizzontale deve coincidere con la traccia dell'asse primario sul piano che contiene il cerchio stesso, così come il centro della graduazione del cerchio verticale deve coincidere con la traccia dell'asse secondario sul suo piano.
6. Quando il cannocchiale è disposto con l'asse di collimazione coincidente con l'asse primario, si deve leggere zero al cerchio verticale.

##### *Condizione in fase di misura.*

Ponendo lo strumento in stazione su un punto, l'asse primario deve coincidere con la verticale passante per quel punto.

Nota. Dobbiamo chiarire che tutte le condizioni sopra elencate non sono mai rigorosamente verificate perché lo strumento viene realizzato con dispositivi

meccanici che sono sì caratterizzati da precisioni molto elevate (dell'ordine del  $\mu\text{m}$ ) ma, proprio perché meccanici, devono presentare particolari giochi.

Per poter seguire la schematizzazione di misura descritta, dovremo pertanto adottare opportune metodologie operative che consentano di rendere trascurabile l'influenza delle srettifiche sulle misure.

## 9.6 Errori che influenzano la determinazione degli angoli azimutali.

### 9.6.1 Errore di eccentricità dell'alidada.

Perché l'alidada abbia la possibilità di ruotare nel collare è indispensabile che ci sia un certo gioco che determina la non coincidenza fra il centro del cerchio graduato e la traccia dell'asse primario sul piano del cerchio.

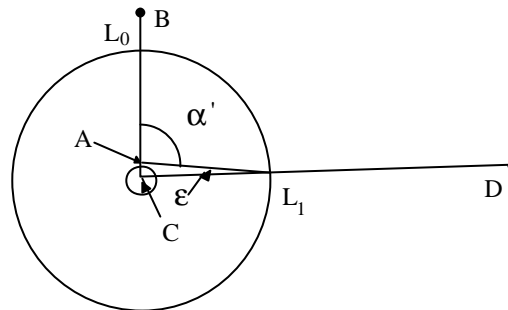


figura 82

Vediamo come l'eccentricità dell'alidada influenza le misure.

Supponiamo di collimare il punto B; l'indice di lettura solidale con l'alidada sia nella direzione dell'eccentricità: avremo  $L_0$ .

Collimando ora il punto D e leggendo  $L_1$  determineremo, per differenza, un angolo:

$$\alpha' = L_1 - L_0$$

che differisce dal valore effettivo  $\alpha$  dell'angolo di  $e = \frac{e}{r}$

Se il raggio del cerchio graduato è di 6 cm (60.000  $\mu\text{m}$ ) e l'eccentricità è di 6  $\mu\text{m}$  :

$$e = \frac{6}{60.000} = \frac{1}{10.000} \text{ radianti} \quad e = \frac{1}{10.000} 200.000 = 20'' \text{ secondi}$$

E' necessario a questo punto operare una distinzione fra i diversi tipi di teodolite in base alla precisione con essi conseguibile.

Si definiscono

- **tacheometri** gli strumenti che consentono di eseguire misure con e.q.m. di  $\pm 20''$
- **teodoliti** gli strumenti che consentono di eseguire misure con e.q.m. di  $\pm 1''$ .

In base a questa distinzione, poiché nei tacheometri l'errore dovuto all'eccentricità è dello stesso ordine di grandezza della precisione che si vuol conseguire nella misura, in tale tipo di strumenti l'errore di eccentricità potrà essere trascurato.

Ciò non sarà invece possibile nei teodoliti.

Nella parte ottica dei teodoliti, infatti, si riesce ad ottenere una precisione anche di  $0,5''$  : un errore quindi di  $20''$  non è assolutamente tollerabile.

D'altra parte, il gioco non può essere eliminato senza bloccare la rotazione dell'alidada attorno al perno; si cercherà di ridurne l'entità con opportuni accorgimenti costruttivi, ad esempio con cuscinetti a sfera che mantengono stabile il perno nel collare.

Tuttavia l'influenza dell'errore dovuto all'eccentricità dell'alidada si elimina completamente soltanto con il procedimento di lettura simultanea alle parti opposte del cerchio.

Come si vede infatti in figura, siano  $L_1$  ed  $L_2$  i valori letti alle parti opposte del cerchio quando si collima il punto A. Tali valori saranno l'uno maggiore, l'altro minore rispetto ai valori che si avrebbero in condizioni ideali di centramento ( $L$  e  $L + \pi$ ): assumendo pertanto la media dei valori  $L_1$  ed  $L_2$  si elimina l'influenza del decentramento.

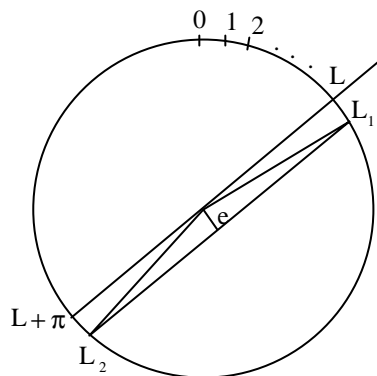


figura 83

*I teodoliti si distinguono quindi dai tacheometri perché, mentre nei teodoliti esistono due indici di lettura, esiste cioè la possibilità di eseguire la lettura simultanea alle parti opposte del cerchio, nei tacheometri si può fare una sola lettura che risulta quindi affetta dall'errore di eccentricità.*

### 9.6.2 Errori causati da srettifiche di costruzione.

Per ovviare agli errori causati:

- dalla non ortogonalità fra asse primario e secondario,
- dalla non ortogonalità fra asse secondario e terziario,
- dalla non coincidenza dei centri dei cerchi di graduazione orizzontale e verticale con le tracce degli assi rispettivamente primario e secondario sui piani relativi,

si segue la prassi operativa della *regola di Bessel* che è così schematizzabile:

1. si collima il punto in esame (supponiamo che durante questa operazione il cerchio verticale dello strumento sia sulla destra dell'operatore)
2. si esegue la lettura simultanea alle parti opposte del cerchio, descritta al paragrafo precedente, e si ottiene un valore  $L_D$ ;
3. si ruota quindi l'alidada e si ricollima il punto (il cerchio verticale sarà ora sulla sinistra dell'operatore),
4. si riesegue la lettura simultanea alle parti opposte del cerchio e si ottiene un valore  $L_S$

Se si assume come valore della misura la media di  $L_D$  ed  $L_S$ , si elimina l'influenza che sulla lettura hanno tutte le srettifiche intrinseche dello strumento.

Tali srettifiche, infatti, causano, nelle due diverse condizioni di cerchio verticale a sinistra e cerchio verticale a destra, errori di segno opposto che sommati si elidono.

### 9.6.3 *Errore di verticalità dell'asse primario.*

La condizione che viene richiesta, in fase di misura, è la coincidenza dell'asse primario dello strumento con la verticale passante per il punto di stazione.

I dispositivi che consentono, in fase operativa, di avvicinarci il più possibile a questa condizione ideale sono le livelle (vedi paragrafo 6.3.2.).

Ricordiamo che, *in fase di costruzione, si realizza la condizione che ad asse primario reso verticale la livella sia centrata.*

Perché ciò si verifichi, si parte dal presupposto che sia possibile rendere verticale l'asse primario, in laboratorio, con particolari metodi e dispositivi diversi dalle livelle. Viene successivamente montata l'alidada che porta una livella torica. Agendo sulle viti di rettifica della livella se ne centra la bolla in modo che risulti simmetrica rispetto alla graduazione: si realizza così la condizione essenziale richiesta che ad asse primario verticale la livella sia centrata.

In fase operativa pertanto tutte le volte che verrà centrata la livella si realizzerà conseguentemente la verticalità dell'asse primario.

Naturalmente la perfetta verticalità non può venire realizzata: l'errore di verticalità sarà infatti strettamente connesso coi limiti di precisione della livella, né si potrà pensare di montare su un teodolite una livella la cui sensibilità sia superiore a  $10''$ , perché in fase di misura anche minime vibrazioni del terreno, trasmesse allo strumento attraverso il treppiede, impedirebbero di mantenere la bolla ferma in posizione centrata per il tempo necessario alla misura (vedi anche nota 2 paragrafo 6.3.2.).

Oltre alle srettifiche intrinseche dello strumento, ci sarà quindi questa ulteriore srettifica che influenzerà le misure.

Mentre però gli errori dovuti alle srettifiche di costruzione si possono eliminare seguendo la metodologia di Bessel, perché generano errori il cui segno varia nel caso di lettura con il cerchio a sinistra o con il cerchio a destra, non c'è nessuna possibilità di eliminare l'errore residuo di verticalità con letture coniugate.

Consideriamo infatti i punti A e B e la retta verticale  $v$  della figura 84;  $\alpha$  sarà l'angolo azimutale.

Se ora consideriamo l'asse di rotazione  $v'$  deviato di un certo errore di verticalità rispetto a  $v$ , l'angolo azimutale  $\alpha'$  relativo agli stessi punti A e B sarà maggiore di  $\alpha$

Anche ruotando l'alidada di  $\pi$ , poiché la rotazione avviene intorno a  $v'$ , l'errore non cambierà di segno.

Bisogna però anche considerare che, nella determinazione dell'angolo azimutale AB, nella condizione della figura 85, la non verticalità dell'asse primario porta a leggere un valore minore del valore reale.

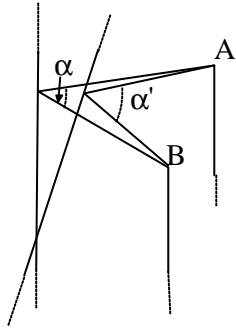


figura 84

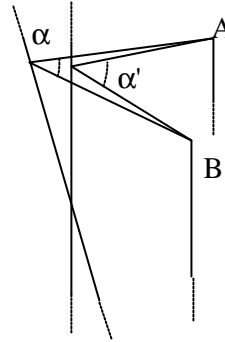


figura 85

L'errore residuo di verticalità può dunque influire positivamente o negativamente sulla misura dell'angolo azimutale a seconda che ci si trovi nelle condizioni di figura 84 o di figura 85: ripetendo quindi molte volte la misura dell'angolo, ogni volta scentrando e rimettendo in bolla lo strumento, si opereranno misure nelle due diverse situazioni e si renderà accidentale l'influenza dell'errore di verticalità.

### 9.7 Errori che influenzano la determinazione degli angoli zenitali.

Abbiamo visto sinora come eliminare l'influenza delle diverse srettifiche sulla misura degli angoli azimutali.

Vediamo ora quali srettifiche influiscono sulla determinazione degli angoli zenitali.

Le ipotesi di rettifica strumentale dalle quali si parte nella schematizzazione della misura degli angoli zenitali sono tre, due intrinseche allo strumento ed una, la condizione di verticalità, da realizzare in fase operativa.

- 1) Quando si posiziona l'asse del cannocchiale coincidente con l'asse primario, si deve leggere zero sulla graduazione del cerchio verticale,
- 2) il centro della graduazione del cerchio verticale deve coincidere con la traccia dell'asse secondario sul piano del cerchio,
- 3) l'asse primario deve coincidere con la verticale per il punto di stazione.

Il fatto che non si verifichi la condizione 1) in fase di costruzione dello strumento, fa sì che, quando si posiziona l'asse di collimazione secondo l'asse di rotazione primario, si legga un valore angolare che sarà definito come zenit strumentale. Sulle misure degli angoli zenitali incide poi anche l'errore residuo di verticalità dovuto al fatto che non si realizzi l'ipotesi 3).

Per spiegare come venga eliminata dalle misure l'influenza dello zenit strumentale e dell'errore residuo di verticalità, si considerano separatamente i due errori che, essendo piccoli, possono essere trattati indipendentemente.

### 9.7.1 Srettifica dovuta alla presenza dello zenit strumentale (Z).

È già stata data la definizione di zenit strumentale come di quel valore angolare  $Z$  che si leggerebbe, invece del valore zero, qualora si riuscisse a posizionare l'asse di collimazione perfettamente verticale (vedi figura 86 dove l'indice di lettura è stato disegnato esternamente per semplicità).

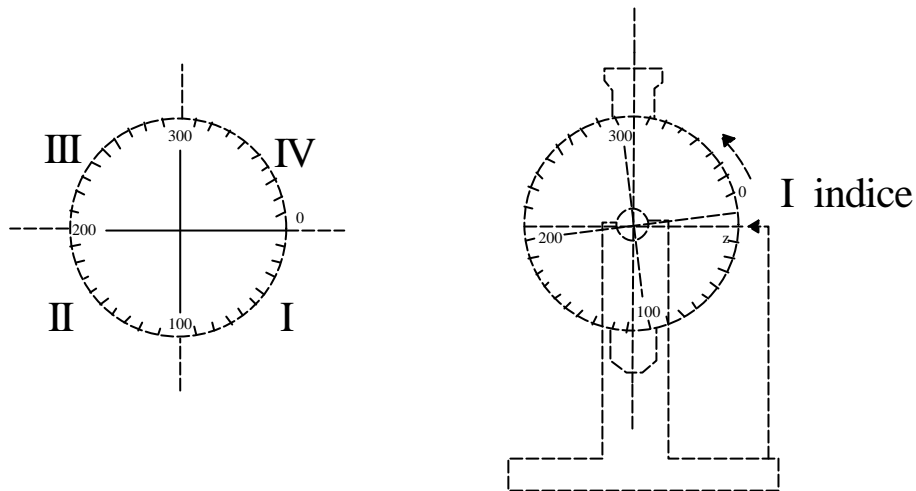


figura 86

$I$  è l'indice di lettura.

la graduazione, espressa in gradi centesimali, cresce ruotando il cannocchiale in senso antiorario.

Per vedere come la presenza di  $Z$  influisce sulla misura degli angoli zenitali, supponiamo di dover collimare un punto  $A$  e di dover determinare l'angolo  $z$  che la retta  $CA$  forma con la verticale  $A$  (angolo zenitale).

Eseguiamo l'operazione mantenendo il cerchio verticale sulla nostra sinistra (vedi figura 87)

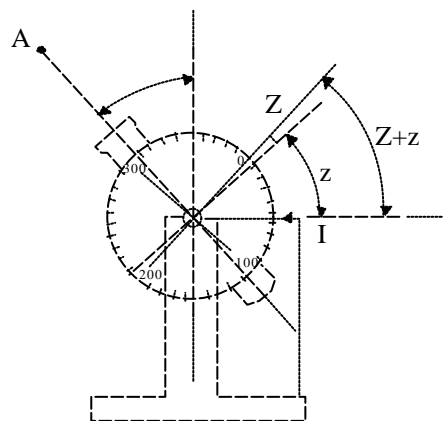


figura 87

Partendo dalla posizione di figura 87 e ruotando il cannocchiale dell'angolo  $z$ , anche il cerchio verticale, che è solidale con il cannocchiale, ruoterà di  $z$ .

Poiché però a cannocchiale verticale la lettura che si esegue non è  $S = 0$ , ma bensì  $S = Z$ , all'indice I si leggerà ora il valore:

$$S = Z + z \quad (1)$$

Per quantificare il valore  $Z$  e per eliminarne l'influenza sulle misure, si segue il metodo delle letture coniugate.

Dopo aver eseguito la lettura con il cerchio a sinistra si ruota l'alidada di  $200^\circ$  portando il cerchio verticale a destra (vedi figura 88).

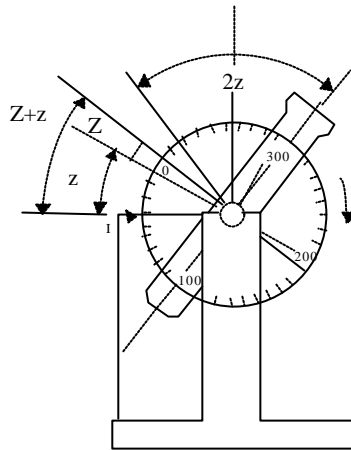


figura 88

*La graduazione cresce ora ruotando il cannocchiale in senso orario.*

Il cannocchiale viene a trovarsi rispetto alla verticale in posizione simmetrica alla congiungente AC; né il cannocchiale, né il cerchio graduato, solidale con esso, subiscono rotazioni nel piano verticale; all'indice I si legge ancora il valore  $S$ . Sempre dalla figura 88 si nota che per ricollimare il punto A occorre ruotare il cannocchiale in senso antiorario di un angolo  $2z$ .

Supponiamo di poter dare questa rotazione in due tempi: ruotiamo cioè il cannocchiale in un primo tempo solo dell'angolo  $z$ . Il cannocchiale si troverà in posizione verticale, il cerchio graduato sarà ruotato anch'esso in senso antiorario di  $z$  (vedi figura 89).

All'indice I si leggerà:

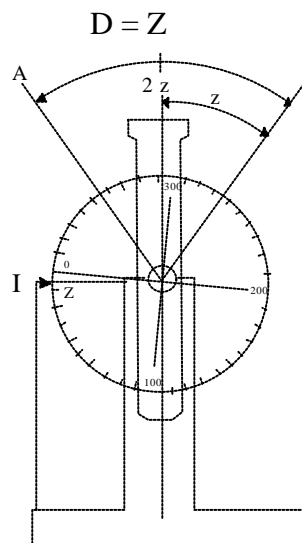


figura 89

Collimiamo ora il punto A ruotando il cannocchiale sempre in senso antiorario di  $z$  (vedi figura 90). Il cerchio graduato ruoterà anch'esso di  $z$  e l'indice di lettura segnerà un valore che sarà:

$$D = - (z - Z) \quad (2)$$

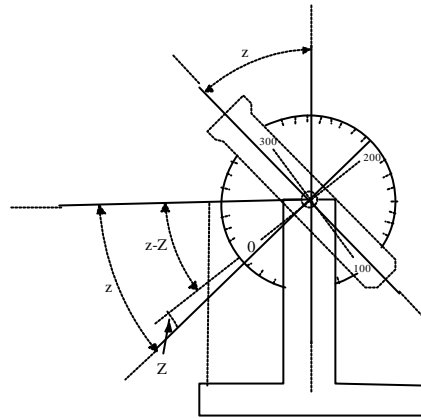


figura 90

Nella espressione (2), il segno " - " esprime il fatto che la lettura viene eseguita nel senso decrescente della graduazione; per ovviare a questo fatto occorrerà riscrivere la (2) come

$$D = 400^g - (z - Z) = 400^g - z + Z \quad (3)$$

Il valore dell'angolo zenitale esente dalla srettifica provocata dallo zenit strumentale si ottiene sottraendo alla (1) la (3):

$$\begin{aligned} S - D &= z + Z - 400^g + z - Z \\ z &= \frac{S - D + 400^g}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

Il valore dello zenit strumentale si ottiene sommando la (1) e la (3) e cioè:

$$\begin{aligned} S + D &= Z + z + 400^g - z + Z \\ Z &= \frac{S + D - 400^g}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

Si è visto dunque come la presenza di uno zenit strumentale non influisca sulla determinazione degli angoli zenitali se si segue la prassi operativa delle letture coniugate:  $Z$  è presente sia in  $S$  che in  $D$  con lo stesso segno e viene quindi eliminato per differenza.

Sempre allo scopo di rendere trascurabile l'influenza dello zenit strumentale, è anche possibile, quando si eseguono *misure speditive* di scarsa precisione, eseguire la prima misura di un angolo zenitale con il metodo delle letture coniugate e determinare  $Z$  con la (5).

Per le successive misure basterà poi eseguire una sola lettura e correggerne il valore dello zenit strumentale calcolato.

### 9.7.2 Errore dovuto all'eccentricità del cerchio verticale.

Le stesse considerazioni che sono state fatte al paragrafo 9.6.1. sull'eccentricità dell'alidada, valgono anche per l'eccentricità del cerchio verticale.

L'influenza di tale srettifica sulle misure può venire completamente eliminata, negli strumenti di precisione e cioè in quegli strumenti forniti di due indici di lettura anche al cerchio verticale, eseguendo la lettura simultanea agli indici opposti e prendendone la media. Si effettuano cioè, in posizione di cerchio a sinistra, due letture simultanee ai due indici, se ne fa la media che fornirà il valore S. In posizione di cerchio a destra la media delle letture simultanee fornirà il valore D. I valori S e D inseriti nella (4) consentiranno di determinare il valore dell'angolo zenitale esente dall'influenza dell'eccentricità del cerchio verticale.

### 9.7.3 Errore residuo di verticalità.

L'errore residuo di verticalità, l'errore cioè dovuto al fatto che non sia possibile rendere l'asse primario perfettamente coincidente con la verticale, si corregge con dispositivi compensatori automatici il cui principio di funzionamento può essere schematizzato come segue.

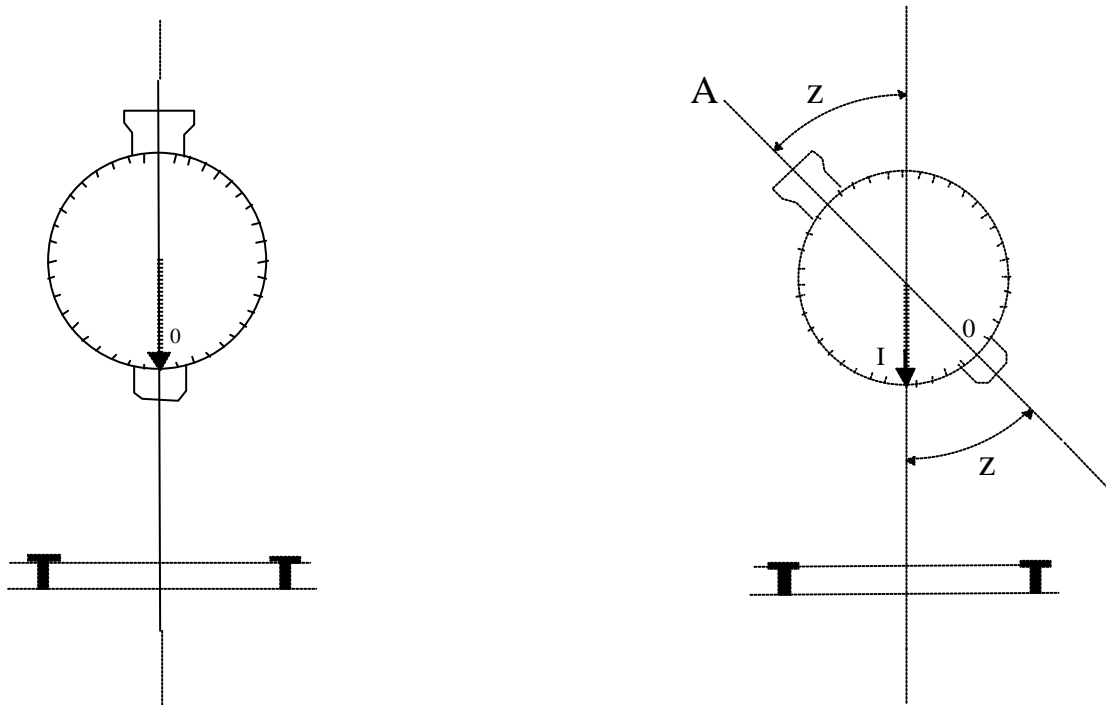


figura 91

L'indice di lettura al cerchio verticale non sia più solidale all'alidada, ma sia montato su essa con un dispositivo a pendolo.

Collimando il punto A in condizioni ideali di assenza di errore residuo di verticalità, si legge all'indice il valore  $z$  dell'angolo zenitale (vedi figura 91).

Supponiamo ora di essere in presenza di un errore residuo di verticalità  $v$ . L'angolo che l'asse di collimazione forma con l'asse primario è, come si vede in figura 92,  $z + v$ .

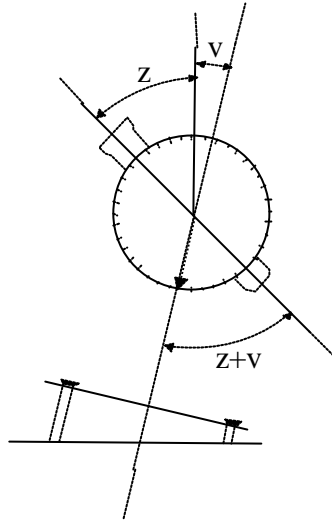


figura 9 2

Ad un indice solidale con l'alidada, il valore di lettura sarebbe proprio  $z + v$ .

Adottando invece un dispositivo pendolare, l'indice si dispone sempre parallelamente alla verticale passante per il centro dello strumento, e come si vede in figura 93, il valore angolare che esso segna sul cerchio graduato è proprio l'angolo zenitale esente da errore residuo di verticalità.

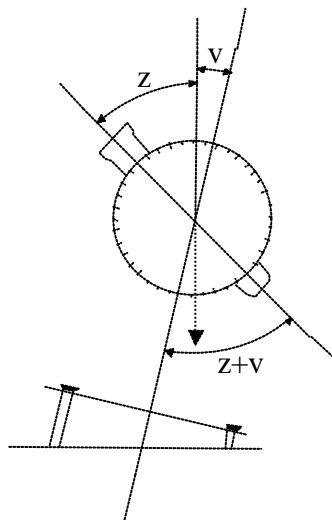


figura 93

## 10 Misura diretta delle distanze mediante distanziometri elettronici

Analizzando in seguito i vari tipi di operazioni topografiche, vedremo che alcune di esse richiedono misure di distanza.

In alcune operazioni le distanze da misurare hanno entità variabile tra pochi metri sino a  $50 \div 100$  m con un grado di approssimazione di  $\pm 10$  cm circa (precisione  $10^{-3}$ ).

Altre operazioni richiedono invece che vengano misurate distanze di entità variabile da qualche decina di metri a  $1 \div 2$  Km o più; il grado di approssimazione richiesto è di circa  $\pm 1 \div 2$  cm (precisione  $10^{-5}$ ).

Per le distanze del primo tipo (brevi e richiedenti precisioni non elevate) viene impiegato il metodo basato sull'uso del tacheometro e della stadia; per le seconde si usano i distanziometri elettronici.

I distanziometri elettronici sono strumenti di recente introduzione; contrariamente al teodolite, al tacheometro o al livello, che sono in uso da secoli, i distanziometri elettronici hanno fatto la loro comparsa da circa  $20 \div 30$  anni.

Essi, proprio perché basati sull'elettronica, hanno subito un'evoluzione rapidissima e hanno dato luogo ad una vasta diversificazione di modelli.

I diversi modelli si basano su principi diversi, specialmente in funzione dell'entità delle distanze che essi sono in grado di misurare.

Date le non poche cognizioni di elettronica richieste per la comprensione del loro funzionamento, ci limiteremo a prendere in considerazione i distanziometri elettronici che si impiegano nelle misure topografiche cioè quelli aventi una portata massima di  $1 \div 2$  Km. Prima di affrontare la descrizione della struttura e del funzionamento di un distanziometro richiamiamo per comodità alcune nozioni sulle onde elettromagnetiche.

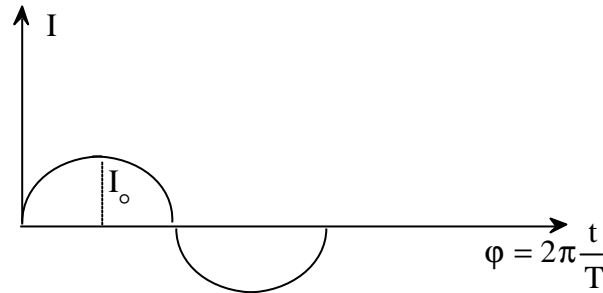
### 10.1 Richiami sulle onde elettromagnetiche.

#### 10.1.1 Periodo, frequenza, intensità istantanea

Un'onda elettromagnetica è caratterizzata dai seguenti parametri:

- $T$  (sec) *periodo* dell'onda, ossia intervallo di tempo nel quale l'intensità dell'onda compie un ciclo completo;
- $f$  (1/sec) *frequenza*, numero di cicli al secondo;
- $I$  *intensità istantanea*: 
$$I = I_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

La rappresentazione del valore istantaneo dell'intensità dell'onda è la seguente:



La frequenza  $f$  si misura in Hertz; se cioè un'onda impiega 1 secondo a compiere un ciclo la sua frequenza è 1 Hz; se impiega 1/1000 di secondo la sua frequenza è 1000 Hz (1 KHz, 1 chiloerz); se impiega 1/1.000.000 di secondo la sua frequenza è 1.000.000 di Hz (1 MHz, 1 megaerz).

Si indica inoltre con  $\lambda$  la lunghezza dell'onda, cioè lo spazio percorso dall'onda nel propagarsi, corrispondente ad un periodo  $T$ ;  $\lambda$  è legata alla frequenza  $T$  dalla relazione:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

essendo  $c$  la velocità della luce nel vuoto.

*Esempi.* La luce visibile ha una lunghezza d'onda variabile tra 0,4 **mm** e 0,7 **mm** con frequenza variante tra 75 . 10 MHz e 45 . 10 MHz.

Le onde elettromagnetiche che seguono immediatamente nello spettro quelle della luce visibile sono dette onde infrarosse e hanno lunghezza d'onda variabile tra 0,7 **mm** e 1,1 **mm**.

### 10.1.2 Fase.

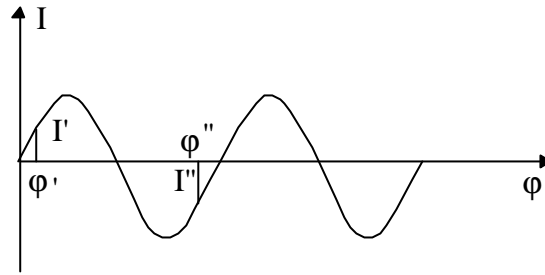
Indichiamo con  $\varphi$  (fase) l'argomento del seno dell'intensità di un'onda:

$$I = I_0 \text{sen}\left(2\pi \frac{t}{T}\right) = I_0 \text{sen}j$$

Quando  $t = 0$  lo spazio di propagazione dell'onda è zero; quando  $t = T$  lo spazio di propagazione è  $\lambda$ ; per un tempo  $t$  compreso tra 0 e  $T$  lo spazio  $d$  percorso dall'onda sarà legata a  $\varphi$  dalla relazione:

$$d = \lambda \frac{j}{2\pi}$$

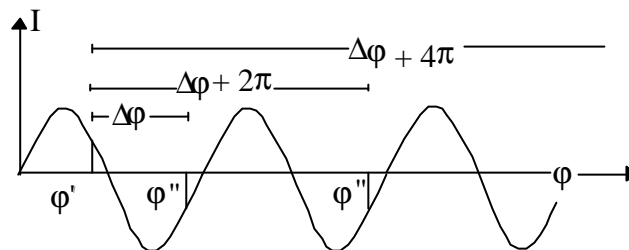
Questo significa che ad una certa intensità dell'onda  $I$  corrisponde una fase  $\varphi$ , e da questa possiamo ricavare la distanza  $d$  percorsa dall'onda dall'istante  $t = 0$  all'istante  $t$ .



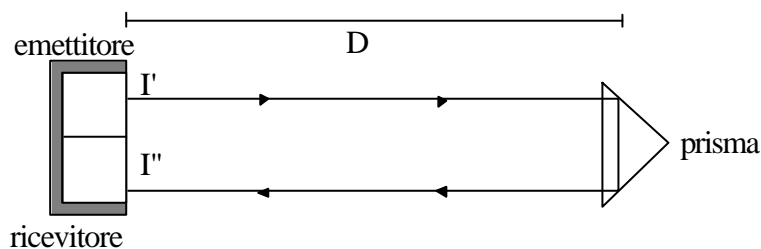
Più in generale dal confronto di due intensità  $I'$  e  $I''$  possiamo risalire ai valori di fase  $\varphi'$  e  $\varphi''$  che ad esse corrispondono e quindi alla distanza  $d$  di propagazione dell'onda tra il verificarsi dei due valori di intensità.

La differenza di fase  $\Delta\varphi$  tra  $\varphi'$  e  $\varphi''$  si chiama sfasamento.

Succede però che uno stesso valore di sfasamento si presenta ciclicamente ad ogni periodo  $T$ .



Quindi se emettiamo un'onda da un emettitore ed in un certo momento misuriamo l'intensità  $I'$  e l'intensità  $I''$  registrata da un ricevitore che riceve l'onda riflessa da un prisma, non siamo in grado di determinare la distanza di propagazione dell'onda dallo sfasamento corrispondente ai valori  $I'$  e  $I''$ .



Possiamo solo dire che la distanza  $2D$  (andata e ritorno) è uguale alla distanza di propagazione corrispondente allo sfasamento, più un numero indeterminato  $k$  di lunghezze d'onda:

$$2D = \frac{\Delta j}{2p} \lambda + k\lambda$$

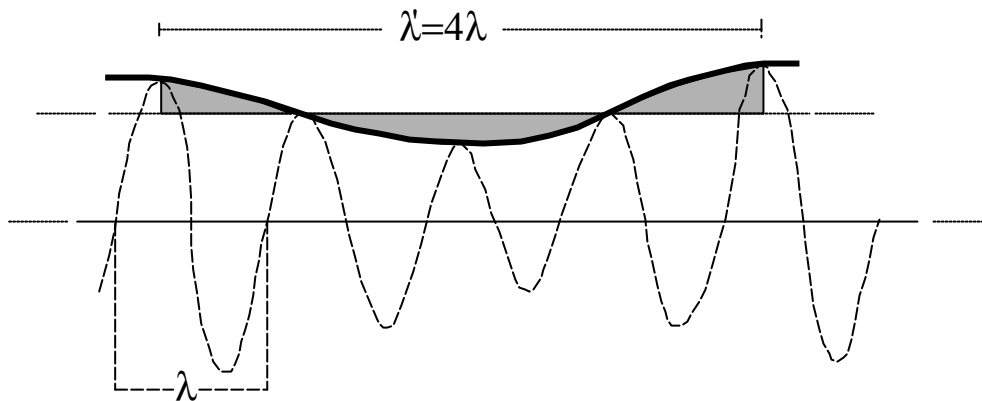
### 10.1.3 Modulazione in ampiezza,

Un'onda può essere *modulata in ampiezza* (se ne fa cioè aumentare e diminuire ciclicamente l'ampiezza massima), per ottenere da essa un'onda di lunghezza d'onda maggiore. La prima onda si chiama *onda portante* o *onda modulata*; la seconda *onda modulante*.

L'onda modulante è data dall'involuppo dei massimi dell'onda modulata.

Con l'operazione di modulazione si possono ottenere onde di lunghezza d'onda lunghissime, modulando onde di lunghezza d'onda molto corta.

Ad esempio, un'onda elettromagnetica infrarossa di  $1 \mu\text{m}$  di lunghezza d'onda può essere modulata in modo da ottenere onde con  $\lambda = 20 \text{ m}$  o  $\lambda = 2000 \text{ m}$ .



Per esemplificare riportiamo un grafico da cui si può comprendere come da un'onda se possa ottenere un'altra di lunghezza d'onda 4 volte superiore.

## 10.2 Schema di un distanziometro elettronico topografico.

Un distanziometro elettronico si compone delle seguenti parti.

- Un *generatore di corrente continua* (batteria).
- Un *generatore di frequenza* (quarzo piezoelettrico).
- Un *diodo* (all'arseniuro di Gallio) che percorso da corrente emette luce infrarossa con intensità proporzionale alla corrente che lo attraversa.

Mediante questi tre primi componenti, il distanziometro può emettere luce infrarossa modulata; si ottiene questo effetto, applicando ai capi del diodo una tensione variabile, direttamente ricavata dal circuito del quale fa parte l'oscillatore a quarzo (il quarzo piezoelettrico).

La frequenza del quarzo piezoelettrico è detta *frequenza fondamentale* del distanziometro. Questa frequenza è in genere di 15 MHz; ne consegue che la luce infrarossa emersa dal distanziometro è modulata e genera un'onda modulante di lunghezza d'onda:

$$I' = \frac{300.000\text{m} / \text{sec}}{15.000.000\text{periodi} / \text{sec}} = 20\text{m}$$

Il distanziometro si completa con i seguenti altri componenti.

- d) Nel circuito è possibile inserire *un divisore elettronico di frequenza*, cioè un componente che può dividere per cento la frequenza del quarzo piezoelettrico; quando il divisore elettronico è inserito nel circuito, la frequenza dell'onda modulante diventa cento volte più piccola della frequenza fondamentale, cioè diviene, nel caso fatto, di 150 KHz . A questa frequenza, detta *frequenza secondaria*, corrisponde una lunghezza d'onda dell'onda modulante:

$$\lambda'' = \frac{300.000\text{m} / \text{sec}}{150.000\text{periodi} / \text{sec}} = 2000\text{m}$$

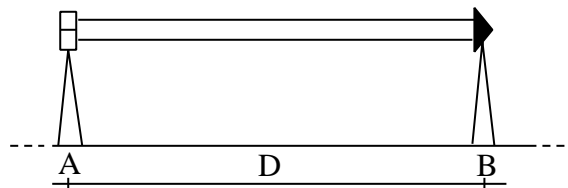
- e) *Un apparato ricevente*, in grado di captare l'onda emessa dal distanziometro e riflessa verso di esso da un prisma posto a distanza.
- f) *Un misuratore di fase* che è un dispositivo in grado di misurare lo sfasamento corrispondente a due diversi valori di intensità dell'onda, e di risalire alla distanza di propagazione corrispondente a tale valore. Il misuratore di fase ha una precisione di  $10^{-3}$ , cioè misura la distanza  $d$  di propagazione corrispondente allo sfasamento, con e.q.m. uguale a:

$$\pm \frac{d}{1000}$$

### 10.3 Funzionamento del distanziometro.

Le caratteristiche principali di un distanziometro sono due: *la portata*, cioè la massima distanza misurabile, e l' *e.q.m.* con il quale tale distanza viene misurata.

La portata è (e vedremo il perché) inferiore alla metà della lunghezza d'onda modulante, ottenuta modulando la portante con la frequenza secondaria. La precisione è invece uguale a  $\pm 1/1000$  della lunghezza dell'onda modulante ottenuta modulando la portante con la frequenza fondamentale (vedremo il perché).



Sia da misurare la distanza  $D$  tra i punti  $A$  e  $B$ .

Si mette in stazione il distanziometro sul punto  $A$  e si mette un prisma riflettente su  $B$ . Si emette dal distanziometro la luce infrarossa modulata con la frequenza secondaria e ad uno stesso istante  $t$  viene effettuata sul distanziometro la misura dell'intensità  $I'$  dell'onda modulante emessa e l'intensità  $I''$  dell'onda modulante ricevuta. Se lo strumento è usato correttamente, cioè se la distanza  $D$  non è superiore alla portata dello strumento, la differenza di fase

corrispondente ai due valori  $I'$  ed  $I''$  calcolata dal misuratore di fase, ci fornisce la distanza  $D$  in modo univoco:

$$2D = \frac{\Delta j}{2p} I'' \quad \text{e cioè} \quad D = \frac{1}{2} \frac{\Delta j}{2p} I'' \quad (6)$$

Poiché però lo sfasamento  $\Delta\varphi$  è misurato con precisione di  $10^{-3}$ , ne segue che il valore di  $D$  così ricavato ha un e.q.m. di  $\pm 1/1000$  di  $D$ ; vi è cioè proporzionalità diretta tra l'errore in  $\varphi$  e quello in  $D$ ; infatti, applicando la formula dell'e.q.m. delle misure indirette si ha:

$$m_D^2 = \frac{1}{16} \frac{I''^2}{p^2} m_{\Delta j}^2 \quad (7)$$

ricavando  $\lambda''^2$  dalla (6):

$$I''^2 = \frac{16p^2 D^2}{\Delta j^2}$$

sostituendo nella (7)

$$m_D^2 = \frac{16p^2}{\Delta j^2} \frac{D^2}{16p^2} m_{\Delta j}^2$$

e cioè

$$\frac{m_D^2}{D^2} = \frac{m_{\Delta\varphi}^2}{\Delta\varphi^2}$$

Il che significa che quando un distanziometro ha portata 1 Km, e quindi occorre che  $\lambda''$  sia uguale a 2 Km, l'e.q.m. di  $D$ , misurato con lo sfasamento dell'onda ottenuta con la frequenza secondaria, è  $\pm 1$  m. Infatti la precisione di  $10^{-3}$  nella misura dello sfasamento di  $\lambda'' = 2000$  m, porta ad un errore di  $\pm 2$  m nella misura di  $2D$  e quindi ad un errore di  $\pm 1$  m nella misura di  $D$ .

Precisione naturalmente insufficiente.

Abbiamo però la possibilità di usare l'onda modulante corrispondente alla frequenza fondamentale  $\lambda'$ . Inviando allora il fascio di luce infrarossa modulata con la frequenza fondamentale  $\lambda'$ , misuriamo nuovamente a un tempo  $t$  lo sfasamento tra l'intensità dell'onda modulante emessa e quella dell'onda ricevuta per riflessione dal prisma. La misura della distanza  $D$  in funzione di  $\Delta\varphi$  è:

$$D = \frac{1}{2} \frac{\Delta j}{2p} I' + kI'$$

con  $k$  incognito. A noi però non interessa la quantità  $k$ , poiché sappiamo già quanto approssimativamente vale  $D$ ; ci interessa solo il valore:

$$2D = \frac{\Delta j}{2p} I'$$

Poiché  $\lambda'$  è di 20 m e poiché il valore di  $2D$  viene ricavato con un e.q.m. di  $\pm 1/1000$ , e cioè  $\pm 2$  cm,  $D$  ha un e.q.m. di  $\pm 1$  cm.

Ciò significa che la prima misura ci fornisce la distanza sino alle decine di metri; ad es.:

$$D = 84.... \text{ m}$$

e la seconda misura permette di completarne il valore sino ai centimetri:

$$D = 847,15 \text{ m}$$

In pratica, le due misure non vengono eseguite in successione dall'operatore, ma tutto il procedimento è eseguito automaticamente dallo strumento che fornisce in pochi secondi il risultato definitivo completo su un visore digitale.

#### 10.4 *Alcune considerazioni aggiuntive sui distanziometri.*

- 1) L'impiego della luce infrarossa è giustificato dai seguenti motivi:
  - il diodo che la genera richiede un'alimentazione limitata; quindi la batteria non appesantisce molto lo strumento;
  - il diodo (che emette la luce infrarossa) si presta ad una modulazione diretta molto semplice;
  - il sensore che riceve la luce infrarossa rimandata dal prisma essendo sensibile solo all'infrarosso non risente della luce diurna; non vi è cioè *rumore di fondo* nella ricezione del segnale;
  - la luce infrarossa penetra la foschia (quella leggera); ne risulta che il distanziometro è usabile anche in condizioni atmosferiche non ideali.
- 2) Oltre ai distanziometri elettronici topografici, (cioè del tipo di quello che abbiamo esaminato) che hanno una portata variabile tra 500 metri e 2÷3 Km e misurano le distanze con un'approssimazione di  $\pm 0,5 - \pm 1 \text{ cm}$ , vi sono altri distanziometri atti a misurare distanze sino a 50 Km, con precisione dell'ordine di  $10^{-6}$ .  
 Vi sono poi altri distanziometri con portata dello stesso ordine di grandezza di quelli topografici, ma aventi precisione più elevata e cioè di  $10^{-6}$ , che vengono impiegati per i controlli di grandi strutture (dighe) o per rilevamenti topografici di grande precisione.
- 3) Per quanto riguarda le cause di errore nella misura con i distanziometri, accenniamo di sfuggita al fatto che, solo per quelli di precisione dell'ordine di  $10^{-6}$ , possono avere una certa influenza le condizioni ambientali. Infatti la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nell'aria dipende dalle condizioni atmosferiche (pressione, temperatura); e quindi su distanze lunghe e con strumenti di elevata precisione intrinseca, si deve tener conto di questo per evitare errori che possano portare ad una precisione di  $10^{-5}$  nella misura della distanza (anziché di  $10^{-6}$  come la precisione intrinseca dello strumento permette).

#### 10.5 *Strumenti che misurano angoli e distanze.*

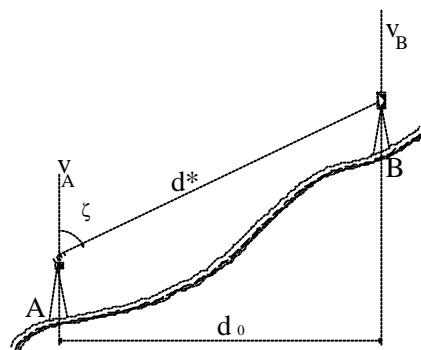
Da quanto esposto nei paragrafi precedenti risulta che un distanziometro elettronico è essenzialmente un misuratore di distanze. Tuttavia, poiché, come vedremo, le operazioni topografiche principali si basano sulla misura di angoli e distanze, si è trovato opportuno realizzare degli strumenti che fossero allo stesso tempo misuratori di angoli e di distanze.

Questi strumenti vengono realizzati seguendo due principi:

- il primo è quello di realizzare dei distanziometri che siano accoppiabili a teodoliti; e cioè una Casa che costruisce strumenti topografici e che ha già in produzione i teodoliti, studia e realizza un distanziometro in modo che si possa unire al teodolite;
- il secondo è quello di costruire ex-novo degli strumenti integrati nei quali il teodolite ed il distanziometro sono inscindibili e per così dire si fondono in un unico strumento (*total station*).

La prima soluzione è generalmente adottata per i distanziometri topografici. La seconda fu adottata inizialmente solo per gli strumenti più precisi e di portata maggiore; ora però viene utilizzata sempre più frequentemente anche per la costruzione di strumenti ordinari.

Quando si usa un distanziometro unito ad un teodolite, il segnale di collimazione deve essere costituito da due parti; ossia dal prisma che riflette il raggio inviato dal distanziometro e da un segnale (mira) collimabile esattamente mediante il reticolo per la misura degli angoli.



Notiamo che con un distanziometro unito ad un teodolite possiamo misurare la distanza reale  $d^*$  e l'angolo zenitale  $\zeta$ , e possiamo ricavare quindi immediatamente la distanza  $d_0$ , cioè la proiezione di  $d^*$  sul piano orizzontale passante per il punto di stazione del distanziometro:

$$d_0 = d^* \cdot \text{sen} \zeta$$

Gli strumenti total station sono particolarmente agevoli da utilizzare perché evitano i lavori di lettura e di trascrizione dei risultati delle misure, che sono spesso fonte di errori grossolani.

Infatti i risultati delle misure vengono memorizzati direttamente sulle memorie di massa presenti negli strumenti stessi, in forma poi elaborabile da software dedicati, residenti su comuni personal computer.

In questi strumenti anche le misure degli angoli, oltre che le misure delle distanze, vengono eseguite automaticamente.

I cerchi orizzontale e verticale hanno qui graduazioni codificate; opportune le elettroniche di conteggio sanno interpretare le codifiche, così da eseguire automaticamente le misure.

La funzione che, negli strumenti classici, svolgevano gli indici è svolta da sensori che scandiscono i cerchi codificati.

I problemi connessi con le srettifiche strumentali degli strumenti classici sono attuali anche in questi strumenti.

Ad esempio all'errore, che l'eccentricità dell'alidada induce nella misura degli angoli azimutali, si ovvia sempre con la lettura simultanea ai lembi opposti del cerchio, solo che, in questi strumenti, la lettura viene eseguita anziché dall'operatore che legge ai due indici sul cerchio graduato, dal firmware di conteggio dello strumento, sulla base degli input che gli provengono

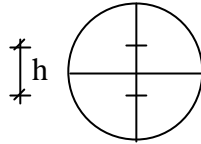
da due sensori posti alle parti opposte del cerchio codificato. La presenza dei due sensori sarà anche in questo caso garanzia delle migliori prestazioni dello strumento, così come la presenza dei due indici lo era negli strumenti tradizionali.

## 11 Misura indiretta di distanze mediante tacheometro.

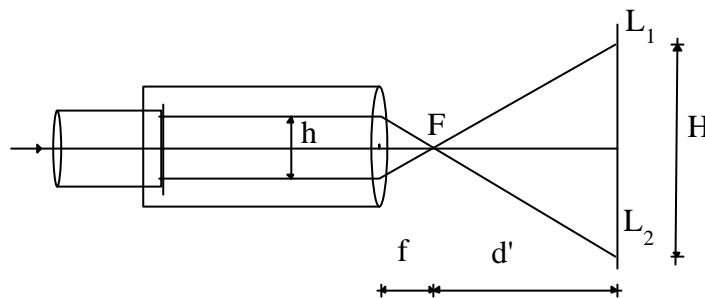
### 11.1 Il metodo

Con il tacheometro possono essere realizzate, oltre che operazioni di misura diretta di angoli, anche misure indirette di distanze.

Ciò è reso possibile dalla presenza sul reticolo di collimazione di due tratti detti distanziometrici.



Consideriamo la figura:



Sebbene il primo fuoco del sistema obiettivo sia, come sappiamo, interno allo strumento e coincidente con l'intersezione degli assi strumentali, lo consideriamo per semplicità di descrizione esterno.

Consideriamo quel particolare raggio che nello spazio immagine passa per uno dei tratti distanziometrici, interseca parallelamente all'asse di collimazione il sistema obiettivo e, passando per il primo fuoco interseca nello spazio oggetto la stadia in  $L_1$ . Il raggio passante per l'altro tratto distanziometrico intersecherà la stadia in  $L_2$ .

Se indichiamo con  $H$  la lunghezza del tratto  $L_1-L_2$ , con  $f$  la focale del sistema obiettivo, con  $d'$  la distanza della stadia dal primo fuoco, con  $h$  la distanza fra i tratti distanziometrici, per la similitudine dei triangoli, potremo scrivere:

$$\frac{f}{h} = \frac{d'}{H}$$

Se è possibile quindi realizzare tra due punti una linea di collimazione e disporre la stadia verticale, possiamo determinare la distanza  $d'$  tra i due punti come:

$$d' = \frac{f}{h} H$$

$C = \frac{f}{h}$  si definisce *costante distanziometrica* e viene generalmente assunta uguale a 100 (il che implica, ad esempio, che se un obiettivo ha una focale di 30 cm i tratti distanziometrici siano a 3 mm).

Per estendere la schematizzazione semplificativa della figura precedente al caso più generale, dovremo tener presente che:

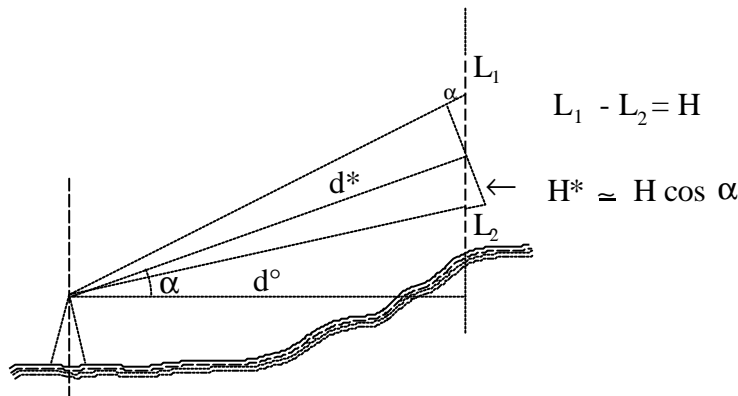
- la focale di un cannocchiale a lunghezza costante è data da:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - D}$$

- che non è richiesta la distanza della stadia dal 1° fuoco, ma dal centro dello strumento;
- che non è generalmente possibile realizzare una linea di collimazione orizzontale.

Il fatto che  $f$  non sia rigorosamente costante implica che la relazione  $d' = C \cdot H$  sia valida solo per quella distanza  $d$  per cui  $C = 100$ ; quando vengono collimati punti a distanze diverse da  $d'$  si generano quindi degli errori. Essi sono però trascurabili perché essendo dell'ordine dei 2÷3 cm su battute di 100 m, sono inferiori, come vedremo, all'errore del procedimento stesso.

Per quanto riguarda il secondo punto, ricordiamo che nei cannocchiali a lunghezza costante il 1° fuoco è portato, per costruzione, a coincidere con il centro strumentale per cui la distanza calcolata è già la distanza richiesta. Se la visuale non è orizzontale occorre modificare la formula  $d = C \cdot H$  in modo d'avere la proiezione sull'orizzontale della distanza misurata; ciò si ottiene moltiplicando il prodotto  $C \cdot H$  per  $\cos^2 \alpha$ , essendo  $\alpha$  il complemento dell'angolo zenitale.



Il motivo, per il quale si moltiplica per  $\cos^2 \alpha$ , è il seguente:

- si moltiplica una prima volta per  $\cos \alpha$  per ottenere il valore  $H^*$  (in prima approssimazione); la relazione  $d = C \cdot H$  precedentemente vista vale infatti quando la stadia è ortogonale all'asse di collimazione; questo primo prodotto  $C \cdot H \cdot \cos \alpha$  ci dà la distanza  $d^*$ ,
- per ridurre  $d^*$  a  $d$  occorre moltiplicarlo un'altra volta per  $\cos \alpha$ .

In definitiva si ha quindi:

$$d = C \cdot H \cdot \cos^2 \alpha$$

Questo metodo di misura consente di misurare distanze comprese tra 2÷100 m con un e.q.m. variabile tra  $\pm 15$  cm.

### 11.2 Analisi della precisione del metodo.

Volendo determinare a priori il grado di approssimazione che si consegue, occorrerà applicare la relazione (19) del capitolo I<sup>\*)</sup> alla relazione:

$$d = C \cdot H \cdot \cos^2 \alpha$$

si avrà cioè:

$$m_d = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial H}\right)^2 m_H^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial \alpha}\right)^2 m_\alpha^2}$$

poiché d è in funzione di H e  $\alpha$ , non di C, che è una costante strumentale e non una quantità misurata.

Le derivate parziali valgono:

$$\frac{\partial d}{\partial H} = C \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\partial d}{\partial \alpha} = -2CH \sin \alpha \cos \alpha = -2d \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

La seconda derivata si ottiene nella forma  $2d \cdot \operatorname{tg} \alpha$ , moltiplicando e dividendo per  $\cos \alpha$  l'espressione  $2C \cdot H \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$  e ricordando che  $d = C \cdot H \cdot \cos^2 \alpha$ .

Per valutare numericamente  $m_H$ , dobbiamo attribuire ad  $\alpha$  e a d dei valori; possiamo però già notare che il coefficiente di  $m_H$  è max per  $\alpha = 0$ , mentre il coefficiente di  $m_\alpha$  è nullo per  $\alpha = 0$  ed è tanto maggiore quanto più grande è l'angolo  $\alpha$ .

Per un'esauriente analisi della precisione di d in funzione dell'e.q.m. di misura di H e di  $\alpha$  valutiamo prima separatamente quale dei due errori è maggiore.

Dobbiamo innanzitutto conoscere  $m_H$  e  $m_\alpha$ ; poiché H viene letto su una stadia graduata in centimetri, nella migliore delle ipotesi il suo e.q.m. è  $\pm 1$  mm (cioè nell'ipotesi che chi fa la misura abbia l'accortezza di far coincidere un tratto distanziometrico con il bordo di uno scacco della stadia, e poi abbia l'abilità di stimare con l'approssimazione del millimetro la porzione di scacco sul quale cade il secondo tratto distanziometrico). Infine, poiché si usa un tacheometro, si avrà  $m_\alpha = + 30''$ .

Per valutare numericamente l'espressione  $\frac{\partial d}{\partial \alpha} m_\alpha$  occorre però inserire  $m_\alpha$  in radianti; ricordando che:

$$1'' = \frac{1}{200.000}$$

---

\*)  $Z=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$

$$m_z = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial X_1}\right)^2 m_{X_1}^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial X_2}\right)^2 m_{X_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial Z}{\partial X_n}\right)^2 m_{X_n}^2}$$

$$\text{si ha } m_{\alpha} = \pm 30'' \frac{1}{200.000} = \pm 15 \cdot 10^{-5}$$

Valutiamo allora dapprima separatamente i due termini:

$$\frac{\partial d}{\partial H} m_H \qquad \frac{\partial d}{\partial \alpha} m_{\alpha}$$

Si avrà per il primo termine

$$\frac{\partial d}{\partial H} m_H = C \cos^2 \alpha m_H$$

e, ponendo  $\alpha = 0$  per massimizzarlo, si ha

$$\frac{\partial d}{\partial H} m_H = 100 \cdot 1 \cdot (\pm 1 \text{mm})$$

Per il secondo termine si avrà:

$$\frac{\partial d}{\partial \alpha} m_{\alpha} = -2d \cdot \text{tg} \alpha \cdot m_{\alpha}$$

ponendo per massimizzarlo  $d = 100 \text{ m}$  e  $\alpha = 45^\circ$ , cioè  $\text{tg} \alpha = 1$ , si avrà:

$$\frac{\partial d}{\partial \alpha} m_{\alpha} = 2 \cdot (100 \text{m}) \cdot 1 \cdot (\pm 15 \cdot 10^{-5}) = \pm 30 \text{mm}$$

Si vede che l'errore in H è più nocivo di quello in  $\alpha$

Volendo ora valutare globalmente  $m_d$  in funzione dei valori massimi trattati, dobbiamo applicare la formula rigorosa e combinare i quadrati dei valori trovati:

$$m_a = \pm \sqrt{(\pm 100 \text{mm})^2 + (\pm 30 \text{mm})^2} = \pm 104 \text{mm} = \pm 10 \text{cm}$$

Naturalmente questo è l'e.q.m. con il quale si misura d nel 68% dei casi; per un certo numero di misure (il 27%) si potrà avere anche un errore doppio; e, come sappiamo, solo nel 5% delle misure un errore triplo.